МЧС РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Уральский институт Государственной противопожарной службы Министерства Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий»

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность
Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность

Екатеринбург
2020

Высшая математика [Текст] : методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся. Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность. Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность / сост. С. А. Худякова, А. В. Шпаньков, Л. В. Якупова. – Екатеринбург : ФГБОУ ВО Уральский институт ГПС МЧС России, 2020. – 85 с.

Составители: Худякова С. А., начальник кафедры математики и информатики Уральского института ГПС МЧС России, кандидат педагогических наук;

Шпаньков А. В., старший преподаватель кафедры математики и информатики Уральского института ГПС МЧС России;

Якупова Л. В., преподаватель кафедры математики и информатики Уральского института ГПС МЧС России.

Рецензент: Пешков А.В., начальник учебно-методического отдела Уральского института ГПС МЧС России, кандидат технических наук.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся предназначены для курсантов и студентов, обучающихся по специальности 20.05.01 Пожарная безопасность, направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность.

Методические рекомендации рассмотрены и одобрены на заседании кафедры математики и информатики от 13.08.2020 г. протокол № 1.

© Худякова С. А., Шпаньков А. В., Якупова Л. В. 2020
© ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2020

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ... 6
Глава I. Требования к результатам освоения дисциплины ... 9
Глава II. Структура дисциплины ... 10
Глава III. Материал для самостоятельной работы по темам дисциплины ... 11
§ 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии ... 11
Занятие 1.2.1. Основные приемы вычисления определителей высших порядков ... 11
Занятие 1.3.1. Способы решения систем линейных уравнений ... 16
Занятие 1.4.1. Прямая линия на плоскости ... 18
Занятие 1.5.1. Кривые второго порядка на плоскости ... 18
Занятие 1.6.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии» ... 20
§ 2. Основы математического анализа ... 20
Занятие 2.3.1. Вычисление предела функции натурального аргумента ... 20
Занятие 2.4.1. Эквивалентные бесконечно малые функции ... 21
Занятие 2.5.1. Свойства функций, непрерывных на отрезке ... 22
Занятие 2.6.1. Нахождение производных функций, заданных параметрически ... 25
Занятие 2.7.1. Логарифмическое дифференцирование ... 27
Занятие 2.8.1. Производные и дифференциалы высших порядков ... 28
Занятие 2.9.1. Вычисление пределов от различных функций ... 29
Занятие 2.10.1. Уравнения касательной и нормали к кривой ... 29
Занятие 2.11.1. Исследование функций и построение графиков ... 29
Занятие 2.12.1. Вычисление неопределенных интегралов ... 30
Занятие 2.13.1. Вычисление неопределенных интегралов ... 30
Занятие 2.14.1. Интегрирование рациональных и тригонометрических функций ... 31
Занятие 2.15.1. Вычисление определенных интегралов ... 31
Занятие 2.16.1. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения ... 31
Занятие 2.17.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Основы математического анализа» ... 32

§ 3. Комплексные числа 32
Занятие 3.1.1. Теория функции комплексной переменной 32
Занятие 3.2.1. Действия над комплексными числами в алгебраической форме 33
Занятие 3.3.1. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа 33
Занятие 3.4.1. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме 34
Занятие 3.5.1. Действия над комплексными числами в показательной форме 34
Занятие 3.6.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Комплексные числа» 35
Занятие 3.8.1. Подготовка к зачету 35
§ 4. Функция двух переменных 42
Занятие 4.1.1. Частные производные высших порядков 42
Занятие 4.2.1. Дифференцирование сложной и неявной функции 43
Занятие 4.3.1. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности 44
Занятие 4.4.1. Исследование функции двух переменных на экстремум 45
Занятие 4.5.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Функции двух переменных» 46
§ 5. Дифференциальные уравнения 46
Занятие 5.3.1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными 46
Занятие 5.4.1. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка методом Бернулли и Лагранжа 47
Занятие 5.5.1. Решение однородных дифференциальных уравнений 48
Занятие 5.6.1. Решение уравнений Я. Бернулли 50
Занятие 5.7.1. Решение уравнений в полных дифференциалах 51
Занятие 5.8.1. Решение дифференциальных уравнений первого порядка 52
Занятие 5.9.1. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка 52

Занятие 5.10.1. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка ... 55
Занятие 5.11.1. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка ... 56
Занятие 5.12.1. Интегрирование систем дифференциальных уравнений ... 58
Занятие 5.13.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Дифференциальные уравнения» ... 59
Занятие 5.15.1. Подготовка к зачету ... 59
§ 6. Ряды ... 61
Занятие 6.2.1. Интегральный признак Коши ... 61
Занятие 6.3.1. Абсолютная и условная сходимости знакопеременного ряда ... 63
Занятие 6.4.1. Нахождение области и радиуса сходимости степенного ряда ... 64
Занятие 6.5.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Ряды» ... 65
§ 7. Основы теории вероятностей и математической статистики ... 66
Занятие 7.3.1. Вычисление вероятности сложного события ... 66
Занятие 7.4.1. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли ... 70
Занятие 7.5.1. Показательное распределение. Распределение Пуассона. Предельные теоремы ... 74
Занятие 7.6.1. Числовые характеристики непрерывных случайных величин ... 74
Занятие 7.7.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Основы теории вероятностей и математической статистики» ... 77
Занятие 7.9.1. Подготовка к экзамену ... 78
Глава IV. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости ... 82
§ 1. Перечень тем контрольных работ ... 82
§ 2. Перечень тем, вынесенных на занятия контроля самостоятельной работы ... 82
Глава V. Рекомендации для обучающихся ... 83
Литература ... 84

Введение

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся предназначены для обучающихся по специальности 20.05.01 Пожарная безопасность, направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность. Рекомендации составлены в соответствии с требованиями Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по специальности 20.05.01 Пожарная безопасность и направлению подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность, согласно рабочей программе дисциплины «Высшая математика».

Целями освоения дисциплины «Высшая математика» являются:

– формирование у обучающихся системы теоретических знаний по основным разделам высшей математики в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта;

– развитие у обучающихся способности выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в процессе решения профессионально-ориентированных задач, привлекать для их решения соответствующий математический аппарат;

– формирование готовности к саморазвитию и самообразованию.

Для достижения данных целей предусматривается решение следующих основных задач:

– освоение системы базовых знаний высшей математики;

– развитие у обучаемых умения строить математические модели типовых задач в процессе их решения;

– развитие способностей организовывать свою работу и работать самостоятельно;

– развитие способности к познавательной деятельности: к абстрагированию, анализу и синтезу, критическому мышлению, обобщению, принятию нестандартных решений, разрешению проблемных ситуаций, резюмированию и аргументированному отстаиванию своих решений;

– формирование сознания необходимости, потребности и способности учиться, воспитание чувства ответственности за результаты своего труда.

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа определяется как индивидуальная или групповая учебная деятельность, осуществляемая без непосредственного руководства педагога, но по его заданиям и под его контролем.

Самостоятельная работа обучающихся является одной из основных форм внеаудиторной работы. По дисциплине «Высшая математика» применяются следующие виды и формы самостоятельной работы обучающихся:

– отработка изучаемого материала по печатным и электронным источникам, конспектам лекций;

– изучение лекционного материала по конспекту с использованием рекомендованной литературы;

– написание опорного конспекта;

– решение практических задач.

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать справочную и дополнительную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации.

На самостоятельную работу по дисциплине «Высшая математика» отводится 82,5 часа. Самостоятельная внеаудиторная работа выполняется обучающимися по заданию ведущего педагога, но без его непосредственного участия. Руководством для выполнения заданий служат учебные пособия, Интернет-ресурсы.

Виды самостоятельных работ

В учебном процессе выделяют два вида самостоятельной работы: аудиторная и внеаудиторная.

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на лекционных и практических занятиях под непосредственным руководством педагога и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется обучающимися по заданию педагога, но без его непосредственного участия.

Содержание аудиторной и внеаудиторной самостоятельной работы определяется рабочей программой учебной дисциплины.

Виды заданий для аудиторной самостоятельной работы

1. Математический диктант.
2. Выполнение упражнений по образцу.
3. Выполнение тестовых заданий.
4. Выполнение самостоятельной работы.
5. Выполнение расчетно-графической работы.
6. Выполнение контрольной работы.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы

1. Чтение текста учебной литературы, составление опорного конспекта, конспектирование текста, работа со справочной литературой, использование Интернет-ресурсов и другое.

2. Работа с конспектом лекции, обработка текста, повторная работа над учебным материалом, ответы на вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение, решение задач по образцу, решение задач типовых расчетов и другое.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или коллективом обучающихся в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений обучающихся.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся может осуществляться в пределах времени, отведенного на аудиторные учебные занятия по дисциплине и внеаудиторную самостоятельную работу обучающихся по дисциплине, может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Глава I. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- основы высшей математики;
- принципы сбора, отбора и обобщения информации;
- методики системного подхода для решения профессиональных задач.

Уметь:

- анализировать и систематизировать разнородные данные, оценивать эффективность процедур анализа проблем и принятия решений в профессиональной деятельности;
- решать стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования.

Владеть навыками:

- научного поиска и практической работы с информационными источниками;
- теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности; методами принятия решений.

Глава II. Структура дисциплины

Распределение тем дисциплины «Высшая математика» по очной форме обучения

Таблица № 1

№ п/п	Наименование тем
1	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии
2	Основы математического анализа
3	Комплексные числа
Промежуточная аттестация – зачет	
4	Функция двух переменных
5	Дифференциальные уравнения
Промежуточная аттестация – зачет	
6	Ряды
7	Основы теории вероятностей и математической статистики
Итоговый контроль – экзамен	

Глава III. Материал для самостоятельной работы по темам дисциплины

В данном разделе методических рекомендаций приведены задания (задачи) для самостоятельного выполнения.

§ 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Занятие 1.2.1. Основные приемы вычисления определителей высших порядков

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Методы вычисления определителей».

Литература: [3], глава I, § 2.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить определители:

1. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \\ 3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

2. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

3. $\begin{vmatrix} 7 & 9 & 4 \\ 5 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

4. $\begin{vmatrix} 7 & 9 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

5. $\begin{vmatrix} 7 & 9 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & 6 & 3 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

6. $\begin{vmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 10 & 9 & 7 \\ 8 & 9 & 20 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 7 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

7. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 7 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 6 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

8. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 7 \\ 3 & 8 & 0 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

9. $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 2 & 10 & 9 \\ 3 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

10. $\begin{vmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \\ 1 & -4 & 9 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -3 \end{vmatrix}$

11. $\begin{vmatrix} -2 & -5 & 1 \\ -3 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

12. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$

13. $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 5 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -4 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -3 \end{vmatrix}$

14. $\begin{vmatrix} 7 & 0 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & -6 \end{vmatrix}$

15. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 5 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

16. $\begin{vmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 0 & 9 & 2 \\ 8 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

17. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$

18. $\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

19. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 4 & 8 & -2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} -5 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -3 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

20. $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 5 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

21. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 5 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

22. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

23. $\begin{vmatrix} -1 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 4 & 3 \end{vmatrix}$

24. $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

25. $\begin{vmatrix} 8 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

26. $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 8 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

27. $\begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

28. $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

29. $\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$

30. $\begin{vmatrix} -5 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

31. $\begin{vmatrix} -4 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -6 \end{vmatrix}$

32. $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

33. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 0 & 6 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

34. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

35. $\begin{vmatrix} 3 & 9 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

36. $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 0 & 8 & 3 \\ 7 & 9 & -1 \end{vmatrix}$

37. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -5 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 5 \\ 6 & 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

38. $\begin{vmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \\ -3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 6 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$

39. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

40. $\begin{vmatrix} -4 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 9 \end{vmatrix}$ $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

Занятие 1.3.1. Способы решения систем линейных уравнений

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Матричный способ решения систем линейных уравнений».

Литература: [3], глава I, § 4.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Решить систему линейных уравнений различными методами (метод Крамера, матричный метод, метод Гаусса). Сделать проверку.

1. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 6. \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x - 3y + z = 0, \\ 5x + y - 2z = -1, \\ x - y + z = 3. \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ -2x_1 + 5x_3 = 1, \\ -x_1 - x_2 = 0. \end{cases}$

4. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 5x_3 = -1, \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 = -1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$ 6. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -15, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ -x_1 + 3x_3 = 7. \end{cases}$

7. $\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -1, \\ -2x_2 - 3x_3 = -8. \end{cases}$ 8. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$ 9. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$ 11. $\begin{cases} 3x_1 - 9x_2 + 8x_3 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$ 12. $\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -9. \end{cases}$

13. $\begin{cases} -3x_1 + x_2 + 3x_3 = 10, \\ 2x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$

14. $\begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 10, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$

15. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 6. \end{cases}$

16. $\begin{cases} 2x - 3y + z = -1, \\ 5x + y - 2z = 1, \\ x - y + z = 2. \end{cases}$

17. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 6. \end{cases}$

18. $\begin{cases} 2x - 3y + z = -1, \\ -1x + y - 2z = 1, \\ x - y + z = 2. \end{cases}$

19. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$

20. $\begin{cases} 2x - 3y + z = -1, \\ -1x + y - 2z = -2, \\ x - y + z = 2. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = -1, \\ -x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$

22. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 = -1, \\ -2x_1 + 6x_2 + 3x_3 = -1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$

23. $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

24. $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - 6x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_3 = 0. \end{cases}$

25. $\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -1, \\ -2x_2 - 3x_3 = -8. \end{cases}$

26. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1, \\ -x_1 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = -5. \end{cases}$

27. $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = -5, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 7. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$

29. $\begin{cases} 3x_1 - 9x_2 + 8x_3 = 2, \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$

30. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ -2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -9. \end{cases}$

31. $\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -2. \end{cases}$

32. $\begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -9. \end{cases}$

33. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -6. \end{cases}$

34. $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2, \\ 5x + y - 2z = 0, \\ x - y + z = 3. \end{cases}$

35. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ -2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 - 5x_3 = 0. \end{cases}$

36. $\begin{cases} 5x_1 + x_2 - 5x_3 = -1, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$

37. $\begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$

38. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 = -5, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ -x_1 + 3x_3 = 7. \end{cases}$

39. $\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 - 4x_2 = -1, \\ -2x_2 - 3x_3 = -8. \end{cases}$

40. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 3x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2. \end{cases}$

Занятие 1.4.1. Прямая линия на плоскости

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Прямая линия на плоскости».

Литература: [5], глава III, § 10, п. 10.2., 10.3.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Даны точки A, B, C. Составить уравнения сторон, высот и медиан треугольника ABC: общее, каноническое, в отрезках, с угловым коэффициентом и параметрические.

1. $A(1;2)$, $B(0;-1)$, $C(3;-1)$.
2. $A(2;1)$, $B(-1;2)$, $C(0;2)$.
3. $A(1;0)$, $B(-1;2)$, $C(2;1)$.
4. $A(0;-4)$, $B(-2;0)$, $C(1;-1)$.
5. $A(-5;4)$, $B(1;2)$, $C(-1;0)$.
6. $A(2;1)$, $B(3;-1)$, $C(0;-1)$.
7. $A(-1;2)$, $B(1;-1)$, $C(6;-1)$.
8. $A(2;4)$, $B(-1;2)$, $C(0;-1)$.
9. $A(-1;1)$, $B(-1;2)$, $C(2;-1)$.
10. $A(0;-1)$, $B(-1;-1)$, $C(1;-2)$.
11. $A(-2;1)$, $B(-1;2)$, $C(1;-2)$.
12. $A(0;2)$, $B(-1;3)$, $C(0;-1)$.
13. $A(1;-2)$, $B(1;2)$, $C(6;-1)$.
14. $A(2;5)$, $B(-1;1)$, $C(0;-1)$.
15. $A(-3;-2)$, $B(-1;-1)$, $C(4;-1)$.
16. $A(0;2)$, $B(-1;5)$, $C(2;-2)$.
17. $A(4;2)$, $B(-1;2)$, $C(1;-2)$.
18. $A(-2;1)$, $B(-1;2)$, $C(-1;-2)$.
19. $A(1;0)$, $B(-1;0)$, $C(4;-1)$.
20. $A(-1;1)$, $B(1;2)$, $C(-1;2)$.
21. $A(2;0)$, $B(1;-2)$, $C(-1;3)$.
22. $A(2;-1)$, $B(-2;4)$, $C(1;-1)$.
23. $A(4;2)$, $B(1;-2)$, $C(0;-1)$.
24. $A(0;1)$, $B(3;-2)$, $C(1;-1)$.
25. $A(-2;0)$, $B(1;-1)$, $C(6;-1)$.
26. $A(-1;4)$, $B(-1;-2)$, $C(0;-2)$.
27. $A(-1;2)$, $B(-5;2)$, $C(2;-1)$.
28. $A(6;-1)$, $B(-1;2)$, $C(1;-2)$.
29. $A(0;8)$, $B(-1;2)$, $C(1;-4)$.
30. $A(3;2)$, $B(1;-2)$, $C(0;2)$.
31. $A(-3;0)$, $B(1;-3)$, $C(6;-1)$.
32. $A(-2;3)$, $B(-2;2)$, $C(0;-1)$.
33. $A(-3;-1)$, $B(-1;2)$, $C(2;-1)$.
34. $A(0;-4)$, $B(-2;5)$, $C(2;-4)$.
35. $A(4;-2)$, $B(1;-2)$, $C(1;0)$.
36. $A(-1;2)$, $B(3;-1)$, $C(-2;0)$.
37. $A(-2;1)$, $B(-1;2)$, $C(4;-3)$.
38. $A(0;-5)$, $B(-2;4)$, $C(2;-2)$.
39. $A(4;-2)$, $B(0;-1)$, $C(1;-2)$.
40. $A(-2;5)$, $B(-5;2)$, $C(1;-2)$.

Занятие 1.5.1. Кривые второго порядка на плоскости

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Кривые второго порядка на плоскости».

Литература: [5], глава III, § 11.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

По каноническому уравнению кривой второго порядка определить тип кривой, записать основные геометрические характеристики, построить ее график.

1. $x^2+4y^2-2x+56y+181=0$.
2. $4x^2+3y^2-8x+12y-32=0$.
3. $x=2-\sqrt{6-2y}$.
4. $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$.
5. $3x^2-30x+7y^2+54=0$.
6. $x=-5+\sqrt{40-6y-y^2}$.
7. $2x^2+2y^2+12x+4y-30=0$.
8. $y=-1+\frac{2}{3}\sqrt{x^2-4x-5}$.
9. $9x^2-16y^2+54x-19=0$.
10. $y=7-\frac{3}{2}\sqrt{x^2-6x+13}$.
11. $16x^2-9y^2-64x-18y+199=0$.
12. $x=-4+3\cdot\sqrt{y+5}$.
13. $x^2+4y^2-4x-2=0$.
14. $y=-\frac{5}{3}\sqrt{9-x^2}$.
15. $16x^2+y^2+32x-8y-48=0$.
16. $x=-2\sqrt{-5-6y-y^2}$.
17. $2x^2+32x+3y^2+100=0$.
18. $y=-3-\sqrt{21-4x-x^2}$.
19. $16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$.
20. $4x^2-y+8x+7=0$.
21. $y^2-16x-6y+25=0$.
22. $y=\frac{2}{3}\sqrt{x^2-9}$.
23. $8x+16-8x^2-8y^2=0$.
24. $2x^2+y^2-8x-6y+1=0$.
25. $y^2-x^2+2x-6y=0$.
26. $2x^2+2y^2-8x+16y+22=0$.
27. $x^2+y^2-2x+4y-14=0$.
28. $x^2+y^2-4x+6y-3=0$.
29. $y=-3\sqrt{x^2+1}$.
30. $3x^2+3y^2+6x-4y-2=0$.
31. $y=-\sqrt{25-x^2}$.
32. $x^2+y^2+6x-4y+14=0$.
33. $4x^2-25y^2-24x+50y-89=0$.
34. $x^2+y^2-8x-2y+16=0$.
35. $y=15+\sqrt{64-x^2}$.
36. $x^2+y^2-2x+4y-20=0$.
37. $y=-2-\sqrt{9-y^2}$.
38. $x^2+y^2+10x-6y+25=0$.
39. $y=-2+\sqrt{9-x^2}$.
40. $x^2+y^2+8x-4y-5=0$.

Занятие 1.6.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии»

Задание для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

Примерный вариант контрольной работы

1. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x - y + z = 0; \\ x + y - z = 0; \\ x + y + z = 2. \end{cases}$
2. Найти значение выражения $2 \cdot B - A \cdot C$, если
$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.
3. Найти площадь треугольника (параллелограмма), построенного на векторах: $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \{-1; 0; -1\}$.
4. Составить общее, каноническое, с угловым коэффициентом и в отрезках уравнения прямой линии, проходящей через точку $A(1;1)$ перпендикулярно прямой линии $l : 2x - y - 1 = 0$. Сделать чертеж.
5. Установить, какую линию определяет данное уравнение $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$. Изобразить эту линию на чертеже, охарактеризовав ее.

§ 2. Основы математического анализа

Занятие 2.3.1. Вычисление предела функции натурального аргумента

Задание для всех: законспектировать теоретический материал *«Вычисление предела функции натурального аргумента».*

Литература: [5], глава V, § 15.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2 + 2n^3 + 1}{n^4 - 5n^3 + 1}$.
2. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^3 + 2n}}{n + 2}$.
3. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2 + 2n^5 + 1}{n^4 - 5n^3 + 1}$.
4. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n + 2}{\sqrt{n^3 + 2n}}$.
5. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2 + 2n^4 + 1}{n^4 - 3n^3 + 1}$.
6. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^2 + 4n}}{n + 1}$.
7. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4 - 2n^3 + 1}{n^4 + n^3 + 2}$.
8. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n + 1}{\sqrt{n^2 + 4n}}$.
9. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2 + 2n^5 + 1}{n^4 - 24n^5 + 1}$.
10. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^4 + 4}}{n + 8}$.
11. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4 - 2n^3 + n}{n^4 + n^7 + 2}$.
12. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n + 1}{\sqrt{n^4 + 3}}$.

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n^4+1}{n^4-5n^3+1}$
14. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^4+n}}{n^2+8n}$.
15. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+3n^3+1}{n^4-2n^3+1}$.
16. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^6+3n^2}}{n^2+8}$.
17. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n^4+4}{n^4-5n^5+1}$.
18. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+6}{\sqrt{n^6+5n^2}}$.
19. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4-2n^3+1}{n^6+n^3+3n}$.
20. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^6+n^3+n}}{n^2+1}$.
21. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+4n^5+1}{n^4-6n^3+1}$.
22. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^8+3+n^2}}{2n^2+1}$.
23. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2-2n^7+3}{n^4+4n^3+2}$.
24. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2+4}{\sqrt{n^8+1+n^2}}$.
25. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^4-22n^6+1}{n^3+n^2+2n}$.
26. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{4n^4+4n^3+n}}{2n^2+4}$.
27. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^8+2n^3+4}{n^5+4n^3+2}$.
28. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2+4}{\sqrt{4n^4+4n^3+n}}$.
29. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^6+5n^5+1}{n^4+n^3+4n}$.
30. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^4+n^3+6}}{n^6+2}$.
31. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{8n^6+n^5+1}{n^4+n^3+4n^6}$.
32. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^6+7}{\sqrt{n^4+n^3+7}}$.
33. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+n^3+4n^5}{16n^5+n^4+1}$.
34. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^6+n^3+1}}{n^3+4}$.
35. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+15n^4+4n}{5n^4+n^5+1}$.
36. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+4n}{\sqrt{n^6+n^3}}$.
37. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^5+n^4+n+4}{15n^6+n^5+1}$.
38. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{25n^8+n^2+n}}{n^3+5n^4}$.
39. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{8n^6+n^5+n^4+n^3}{4n^6+n^5+1}$.
40. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+15n^4}{\sqrt{9n^8+n^4+n}}$.

Занятие 2.4.1. Эквивалентные бесконечно малые функции

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Эквивалентные бесконечно малые функции».

Литература: [5], глава V, § 18.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg4x}{12x}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+4x)}{\sin 2x}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{\sin 6x}$.
4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+2x}-1}{\sin 4x}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{\sin 8x}$.
6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+5x}-1}{\arcsin 2x}$.
7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg4x}{\arcsin x}$.
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg12x}{\ln(1+3x)}$.
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{\ln(1+4x)}$.
10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{\sqrt{1+4x}-1}$.
11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg4x}{arctg2x}$.
12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg25x}{\sin 5x}$.
13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2^x-1}{6^x-1}$
14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{6x}{tg3x}$.
15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+4x}-1}{\ln(1+5x)}$.

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg25x}{\sin 5x}$.

17. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{\ln\left(1+4x^2\right)}$.

18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+4x^2\right)}{\sin 2x}$.

19. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{\sin 4x}$.

20. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+15x)}{\arcsin 3x}$.

21. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{tg2x}$.

22. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+4x^2\right)}{1-\cos 2x}$.

23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x}-1}{\sin 5x}$.

24. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x^2}{\ln\left(1+4x^2\right)}$.

25. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{4x}$.

26. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin x^2}{1-\cos 2x}$.

27. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg12x}{\ln\left(1+3x^2\right)}$.

28. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 15x}{\ln(1+3x)}$.

29. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg6x^2}{\ln\left(1+3x^2\right)}$.

30. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+4x^2}-1}{\ln(1+8x)}$.

31. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+4x^4\right)}{1-\cos 2x^2}$.

32. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2x}{\arcsin 4x}$.

33. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg9x^4}{1-\cos 3x^2}$.

34. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg8x}{\sin 4x}$.

35. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5^x-1}{tg8x}$.

36. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg8x}{\ln(1+4x)}$.

37. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 15x}{\sin 3x}$.

38. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+8x)}{4^x-1}$.

39. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+4x^2}-1}{\ln\left(1+8x^2\right)}$.

40. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{arctg6x}$.

Занятие 2.5.1. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Свойства функций, непрерывных на отрезке».

Литература: [5], глава V, § 19, п. 19.1.-19.3.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Задана функция $y=f(x)$:

1) исследовать функцию на непрерывность на всей числовой оси;

2) найти и классифицировать точки разрыва, если они существуют;

3) построить график функции.

1. $y=\begin{cases}\dfrac{|x+2|}{x+2}, & x<-2,\\ \sqrt{4-x^2}, & -2\le x\le 2,\\ \dfrac{1}{x-2}, & x>2.\end{cases}$

2. $y=\begin{cases}\dfrac{2x^2+3}{5}, & x\le 1,\\ 6-5x, & 1<x<3,\\ |x-3|, & x\ge 3.\end{cases}$

3. $y=\begin{cases}-|x+1|, & x<-1,\\ x^2+2, & -1\le x<1,\\ 2x, & x\ge 1.\end{cases}$

4. $y=\begin{cases}-|x|, & x<-1,\\ x^2+1, & -1\le x<1,\\ -x+3, & x\ge 1.\end{cases}$

5. $y=\begin{cases}\dfrac{|x|}{x}, & x<0,\\ \sqrt{1-x^2}, & 0\le x\le 1,\\ \dfrac{1}{x-1}, & x>1.\end{cases}$

6. $y=\begin{cases}e^x, & x<0,\\ \sqrt{x+1}, & 0\le x<4,\\ x+2, & x\ge 4.\end{cases}$

7. $y=\begin{cases}-|x+1|, & x<-1,\\ x^2+1, & -1\le x<1,\\ -x+3, & x\ge 1.\end{cases}$

8. $y=\begin{cases}|x|, & x\le 0,\\ x^2+2, & 0<x<3,\\ -x+3, & x\ge 3.\end{cases}$

9. $y=\begin{cases}\dfrac{3|x|}{x}, & x<0,\\ \sqrt{9-x^2}, & 0\le x\le 3,\\ \dfrac{1}{x-3}, & x>3.\end{cases}$

10. $y=\begin{cases}-|x+3|, & x<-3,\\ 2x, & -3\le x<0,\\ \ln(x+1), & x\ge 0.\end{cases}$

11. $y=\begin{cases}|2x|, & x\le 0,\\ x^2+1, & 0<x\le 1,\\ 2, & x>1.\end{cases}$

12. $y=\begin{cases}\left|\dfrac{x}{x-3}\right|, & x\le 0,\\ 1-\sqrt{4-x^2}, & 0<x\le 2,\\ 5-2x, & x>2.\end{cases}$

13. $y=\begin{cases}\dfrac{-1}{x+3}, & x<-3,\\ -\sqrt{9-x^2}, & -3\le x\le 3,\\ \dfrac{|x-3|}{x-3}, & x>3.\end{cases}$

14. $y=\begin{cases}\left|\dfrac{x}{x-4}\right|, & x\le 0,\\ \log_2 x, & 0<x\le 2,\\ 5-2x, & x>2.\end{cases}$

15. $y=\begin{cases}-\dfrac{2x+2}{x+2}, & x<-2,\\ 2-\sqrt{4-x^2}, & -2\le x\le 1,\\ |x-3|, & x>1.\end{cases}$

16. $y=\begin{cases}2|x|, & x<0,\\ \sqrt{x}, & 0\le x\le 4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$

17. $y=\begin{cases}\dfrac{-1}{x+2}, & x<-2,\\ \sqrt{4-x^2}, & -2\le x\le 2,\\ \dfrac{2|x|}{x}, & x>2.\end{cases}$

18. $y=\begin{cases}|x+1|, & x<-1,\\ (x+1)^2, & -1\le x<0,\\ x, & x\ge 0.\end{cases}$

19. $y=\begin{cases}|x|, & x\le 0,\\ \sin x, & 0<x\le \pi,\\ x-2, & x>\pi.\end{cases}$

20. $y=\begin{cases}\log_3|x|, & x\le -1,\\ -\sqrt{3+x^2}, & -1<x\le 1,\\ 3-x, & x>1.\end{cases}$

21. $y=\begin{cases}\dfrac{x}{x-1}, & x\le 0,\\ \log_2 x, & 0<x\le 4,\\ -x^2+14x-36, & x>4.\end{cases}$

22. $y=\begin{cases}\sqrt{-x-3}, & x\le -3,\\ \dfrac{x}{1-x}, & -3<x<1,\\ -2, & x\ge 1.\end{cases}$

23. $y=\begin{cases}|x|, & x\le 0,\\ -(x-1)^2, & 0<x<2,\\ x-3, & x\ge 2.\end{cases}$

24. $y=\begin{cases}-\sqrt[3]{x}, & x\le 0,\\ \log_4 x, & 0<x\le 4,\\ x^2-12x+33, & x>4.\end{cases}$

25. $y=\begin{cases}\dfrac{-1}{x+2}, & x<-2,\\ -\sqrt{4-x^2}, & -2\le x\le 2,\\ \dfrac{|x-2|}{x-2}, & x>2.\end{cases}$

26. $y=\begin{cases}1+\sqrt{2-x}, & x\le 2,\\ \dfrac{x-4}{x-2}, & 2<x\le 4,\\ 2x-8, & x>4.\end{cases}$

27. $y=\begin{cases}\dfrac{-2|x|}{x}, & x<0,\\ \sqrt{4-x^2}, & 0\le x\le 2,\\ \dfrac{1}{x-2}, & x>2.\end{cases}$

28. $y=\begin{cases}\log_2 x, & 0<x\le 2,\\ \left|\dfrac{2x-2}{4-x}\right|, & 2<x\le 4,\\ x-1, & x>4.\end{cases}$

29. $y=\begin{cases}|x|, & x\le 0,\\ x^2, & 0<x\le 2,\\ x+1, & x>2.\end{cases}$

30. $y=\begin{cases}\dfrac{3-2x}{x-4}, & x<4,\\ -\sqrt{12x-32-x^2}, & 4\le x\le 8,\\ \dfrac{x}{2}-4, & x>8.\end{cases}$

31. $y=\begin{cases}\dfrac{-1}{x+3}, & x<-3,\\ \sqrt{9-x^2}, & -3\le x\le 0,\\ \dfrac{3|x|}{x}, & x>0.\end{cases}$

32. $y=\begin{cases}\left|\dfrac{x+1}{x+2}\right|, & x<-2,\\ x-1, & -2\le x\le 6,\\ \sqrt{x+3}+2, & x>6.\end{cases}$

33. $y=\begin{cases}-\sqrt{-x-4}, & x\le -4,\\ \dfrac{x-4}{x+4}, & -4<x\le 0,\\ \log_2 x, & x>0.\end{cases}$

34. $y=\begin{cases}-|x+2|, & x<-1,\\ x^2+1, & -1\le x<1,\\ -x+3, & x\ge 1.\end{cases}$

35. $y=\begin{cases}2-\sqrt[3]{x}, & x\le 1,\\ \left|\dfrac{4-x}{x-4}\right|, & 1<x<4,\\ x-3, & x\ge 4.\end{cases}$

36. $y=\begin{cases}\dfrac{-1}{x+1}, & x<-1,\\ \sqrt{1-x^2}, & -1\le x\le 0,\\ \dfrac{|x|}{x}, & x>0.\end{cases}$

37. $y=\begin{cases}2\log_2 x, & 0<x\le 2,\\ 4-x, & 2<x\le 5,\\ \dfrac{x-4}{x-5}, & x>5.\end{cases}$

38. $y=\begin{cases}\cos x, & x<0,\\ x^2+1, & 0\le x<1,\\ |x|, & x\ge 1.\end{cases}$

39. $y=\begin{cases}1-\sqrt[3]{x-1}, & x\le 2,\\ \dfrac{9-2x}{4-x}, & 2<x<4,\\ x-4, & x\ge 4.\end{cases}$

40. $y=\begin{cases}\dfrac{|x+3|}{x+3}, & x<-3,\\ \sqrt{9-x^2}, & -3\le x\le 3,\\ \dfrac{1}{x-3}, & x>3.\end{cases}$

Занятие 2.6.1. Нахождение производных функций, заданных параметрически

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Нахождение производных функций, заданных параметрически».

Литература: [5], глава V, § 21, п. 21.2.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Пользуясь правилом дифференцирования функций, заданных параметрически, найти производную для указанных функций.

1. $\begin{cases}x=\cos\left(\dfrac{t}{2}\right),\\ y=t-\sin\ t.\end{cases}$

2. $\begin{cases}x=t^3+8t,\\ y=t^5+2t.\end{cases}$

3. $\begin{cases}x=\sin\left(\dfrac{t}{2}\right),\\ y=t-\cos t.\end{cases}$

4. $\begin{cases}x=t^2+4t,\\ y=t^2+4t.\end{cases}$

5. $\begin{cases}x=\cos\left(\dfrac{t}{3}\right),\\ y=t+\sin\ t.\end{cases}$

6. $\begin{cases}x=t^2-2t,\\ y=t^5+2t.\end{cases}$

7. $\begin{cases}x=\sin\left(\dfrac{t}{3}\right),\\ y=t+\cos t.\end{cases}$

8. $\begin{cases}x=t^2-4t,\\ y=t^2-2t.\end{cases}$

9. $\begin{cases}x=e^{2t},\\ y=\cos t.\end{cases}$

10. $\begin{cases}x=2t-t^3,\\ y=2t^2.\end{cases}$

11. $\begin{cases}x=t-\sin t,\\ y=1-\cos t.\end{cases}$

12. $\begin{cases}x=3t-t^3,\\ y=3t^2.\end{cases}$

13. $\begin{cases} x = t - \cos t, \\ y = 1 + \sin t. \end{cases}$

14. $\begin{cases} x = 2t + t^3, \\ y = 4t^2. \end{cases}$

15. $\begin{cases} x = e^{3t}, \\ y = \sin t. \end{cases}$

16. $\begin{cases} x = 2t + t^2, \\ y = 3t^2. \end{cases}$

17. $\begin{cases} x = 3\cos t, \\ y = 4\sin^2 t. \end{cases}$

18. $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 2t^2. \end{cases}$

19. $\begin{cases} x = 3\cos^2 t, \\ y = 2\sin^3 t. \end{cases}$

20. $\begin{cases} x = 1 + 2t^2, \\ y = 4t^2. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x = 2\sin t, \\ y = 6\cos^2 t. \end{cases}$

22. $\begin{cases} x = 3t - t^3, \\ y = 3t^2. \end{cases}$

23. $\begin{cases} x = 2\sin^2 t, \\ y = 3\cos^3 t. \end{cases}$

24. $\begin{cases} x = t - 2t^2, \\ y = t^2. \end{cases}$

25. $\begin{cases} x = t + \ln(\sin t), \\ y = t + \ln(\cos t). \end{cases}$

26. $\begin{cases} x = 2(t - \sin t), \\ y = 2(1 - \cos t). \end{cases}$

27. $\begin{cases} x = arctg\,(2t), \\ y = \dfrac{1}{t+1}. \end{cases}$

28. $\begin{cases} x = t + \ln(\cos t), \\ y = t - \ln(\sin t). \end{cases}$

29. $\begin{cases} x = \arccos\sqrt{t}, \\ y = \sqrt{t - t^2}. \end{cases}$

30. $\begin{cases} x = \lg\ t, \\ y = \lg(1 + t^2). \end{cases}$

31. $\begin{cases} x = arctg\,t^2, \\ y = \dfrac{1}{2t+1}. \end{cases}$

32. $\begin{cases} x = t + \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$

33. $\begin{cases} x = \arcsin\sqrt{t}, \\ y = \sqrt{1 + 2t}. \end{cases}$

34. $\begin{cases} x = t + 2t^3, \\ y = 5t^4. \end{cases}$

35. $\begin{cases} x = \arccos(2t), \\ y = \dfrac{1}{1 + 2t^2}. \end{cases}$

36. $\begin{cases} x = t^2 - 2t, \\ y = 2t^4. \end{cases}$

37. $\begin{cases} x = (t-1)^2, \\ y = \sin(t-1)^2. \end{cases}$

38. $\begin{cases} x = (t+3)^2, \\ y = \cos(t+3)^2. \end{cases}$

39. $\begin{cases} x = (1-t)^2, \\ y = \cos(t-1)^2. \end{cases}$

40. $\begin{cases} x = (2+t)^2, \\ y = \sin(t+2)^2. \end{cases}$

Занятие 2.7.1. Логарифмическое дифференцирование

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Логарифмическое дифференцирование».

Литература: [5], глава V, § 22.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Используя логарифмическое дифференцирование, найти производную для указанных функций.

1. $y=(2x+\log_2 x)^{\cos x}$.
2. $y=(arctgx)^{\sqrt{1+2x}}$.
3. $y=\left(x-x^2\right)^{-2x}$.
4. $y=\left(arcctgx\right)^{ctgx}$.
5. $y=x^{\ln x}$.
6. $y=(x^2+1)^{ctgx}$.
7. $y=x^{\frac{1}{x}}$.
8. $y=x^{-tgx}$.
9. $y=(5x)^{arctgx}$.
10. $y=(\sin x)^{\ln x}$.
11. $y=(2x)^{tgx}$.
12. $y=(\cos x)^{x^2}$.
13. $y=(arcctg\,x)^{\ln x}$.
14. $y=x^{\ln(\sin x)}$.
15. $y=(3x)^{ctgx}$.
16. $y=\left(\sqrt{x}\right)^{2x}$.
17. $y=4^{\lg(\cos x)}$.
18. $y=\left(\ln(2x)\right)^{x^2}$.
19. $y=(arctg\,x)^{\ln x}$.
20. $y=\left(\sqrt{x}\right)^{x}$.
21. $y=x^{\lg(\cos x)}$.
22. $y=x^{\ln(\cos x)}$.
23. $y=\left(arctgx\right)^{tgx}$.
24. $y=\left(x+x^2\right)^{x}$.
25. $y=\left(\arcsin x\right)^{\sqrt{x}}$.
26. $y=(\cos x)^{x^2}$.
27. $y=x^{\frac{2}{x}}$.
28. $y=x^{-ctgx}$.
29. $y=(x^3+1)^{tgx}$.
30. $y=(\cos x)^{\ln 2x}$.
31. $y=(2x)^{arcctgx}$.
32. $y=\left(\log_4 x\right)^{\sin x}$.
33. $y=\left(\arccos x\right)^{\sqrt{x}}$.
34. $y=(\sin x)^{x^2}$.
35. $y=(ctg\ x)^{\lg x}$.
36. $y=\left(\log_2 x\right)^{\cos x}$.
37. $y=(arctgx)^{\sqrt{1+x}}$.
38. $y=(x+\log_7 x)^{\cos x}$.
39. $y=(tg\ x)^{\ln x}$.
40. $y=x^{2x}$.

Занятие 2.8.1. Производные и дифференциалы высших порядков

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Производные и дифференциалы высших порядков».

Литература: [5], глава V, § 23, п. 23.1., § 24, п. 24.6.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти дифференциал второго порядка для указанных функций.

1. $y = arcctg\ x + 1$.
2. $y = x \cdot \ln x$.
3. $y = \dfrac{\cos x}{x}$.
4. $y = \sqrt{x} + \arcsin x$.
5. $y = e^x \cdot ctg\ x$.
6. $y = \sqrt{x} - \arcsin x$.
7. $y = e^x - \sin x$.
8. $y = \arccos x + e^{4x}$.
9. $y = tg\ x - \sin x$.
10. $y = tg\ x + \cos x$.
11. $y = \dfrac{x}{x^2 - 2}$.
12. $y = \sqrt{x} - \arccos x$.
13. $y = \sqrt[3]{x} - \ln x$.
14. $y = e^x - \cos x$.
15. $y = \lg x - tg\ x$.
16. $y = \dfrac{x}{\sin x}$.
17. $y = \dfrac{x^2}{2 - x}$.
18. $y = \arcsin x - e^{2x}$.
19. $y = \sqrt[3]{x} + \ln x$.
20. $y = e^x \cdot tg\ x$.
21. $y = \dfrac{x^4}{2 - x}$.
22. $y = \dfrac{x}{\cos x}$.
23. $y = \dfrac{x}{x^2 + 3}$.
24. $y = tg\ x + x^2$.
25. $y = ctg\ x + x^4$.
26. $y = \dfrac{x}{x^3 - 1}$.
27. $y = \ln x + tg\ x$.
28. $y = \arccos x - e^{2x}$.
29. $y = x \cdot \cos x$.
30. $y = \dfrac{x}{x^2 + 2}$.
31. $y = \dfrac{\sin x}{x}$.
32. $y = e^x + \sin x$.
33. $y = \sqrt{x} + \arccos x$.
34. $y = e^x + \cos x$.
35. $y = \dfrac{x}{x^3 + 1}$.
36. $y = ctg\ x - \cos x$.
37. $y = x \cdot \sin x$.
38. $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$.
39. $y = \ln x + ctg\ x$.
40. $y = arctg\ x + 2$.

Занятие 2.9.1. Вычисление пределов от различных функций

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить пределы от указанных функций с помощью правил Лопиталя.

Литература: [1], глава VIII, задачи для типового расчета № 8.14.

Занятие 2.10.1. Уравнения касательной и нормали к кривой

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Составить уравнения касательной и нормали к линии $y = f(x)$ в точке пересечения с осью *Ox*. Построить график функции, касательную и нормаль.

1. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.
2. $y = \frac{2x+3}{x+2}$.
3. $y = \frac{2x+5}{x+3}$.
4. $y = \frac{2x+1}{x+4}$.
5. $y = \frac{2x+2}{x+5}$.
6. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
7. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.
8. $y = \frac{2x-5}{x+3}$.
9. $y = \frac{2x-1}{x+4}$.
10. $y = \frac{2x-2}{x+5}$.
11. $y = \frac{2x+1}{x+2}$.
12. $y = \frac{2x+3}{x+3}$.
13. $y = \frac{2x+5}{x+4}$.
14. $y = \frac{2x+1}{x+5}$.
15. $y = \frac{2x+2}{x+6}$.
16. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.
17. $y = \frac{2x+3}{x-2}$.
18. $y = \frac{2x+5}{x-3}$.
19. $y = \frac{2x+1}{x-4}$.
20. $y = \frac{2x+2}{x-5}$.
21. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
22. $y = \frac{2x-3}{x-2}$.
23. $y = \frac{2x-5}{x-3}$.
24. $y = \frac{2x-1}{x-4}$.
25. $y = \frac{2x-2}{x-5}$.
26. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.
27. $y = \frac{2x+3}{x-3}$.
28. $y = \frac{2x+1}{x-5}$.
29. $y = \frac{2x+2}{x-6}$.
30. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
31. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.
32. $y = \frac{2x-5}{x+3}$.
33. $y = \frac{2x-1}{x+4}$.
34. $y = \frac{2x-2}{x+5}$.
35. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.
36. $y = \frac{2x+3}{x+2}$.
37. $y = \frac{2x+5}{x+3}$.
38. $y = \frac{2x+1}{x+4}$.
39. $y = \frac{2x+2}{x+5}$.
40. $y = \frac{2x-1}{x+4}$.

Занятие 2.11.1. Исследование функций и построение графиков

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Провести полное исследование функций и построить график.

1. $y = \frac{x^2}{x-1}$.
2. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
3. $y = \frac{x^2}{x+2}$.
4. $y = \frac{x-1}{x+2}$.
5. $y = \frac{x^2}{x-3}$.
6. $y = \frac{x+1}{x-3}$.
7. $y = \frac{x^2}{x+1}$.
8. $y = \frac{2-x}{x+1}$.
9. $y = \frac{x^2}{x-2}$.
10. $y = \frac{x+1}{x-2}$.
11. $y = \frac{x^2}{x+3}$.
12. $y = \frac{x}{x+3}$.

13. $y=\frac{x^2}{x-4}$. 14. $y=\frac{2+x}{x-4}$. 15. $y=\frac{x^2}{x+6}$. 16. $y=\frac{x-1}{x+6}$.

17. $y=\frac{x^2}{x-5}$. 18. $y=\frac{2+x}{x-5}$. 19. $y=\frac{x^2}{2-x}$. 20. $y=\frac{3+x}{2-x}$.

21. $y=\frac{x^2}{x+4}$. 22. $y=\frac{2x}{x+4}$. 23. $y=\frac{x^2}{x-6}$. 24. $y=\frac{4-x}{x-6}$.

25. $y=\frac{2x^2}{1-x}$. 26. $y=\frac{4+2x}{1-x}$. 27. $y=\frac{x^2}{x+5}$. 28. $y=\frac{x-4}{x+5}$.

29. $y=\frac{x^2}{7-x}$. 30. $y=\frac{x+2}{7-x}$. 31. $y=\frac{x^2}{8+x}$. 32. $y=\frac{2x-1}{8+x}$.

33. $y=\frac{x^2}{3-x}$. 34. $y=\frac{2x}{3-x}$. 35. $y=\frac{x^2}{8-x}$. 36. $y=\frac{x+1}{8-x}$.

37. $y=\frac{x^2}{7+x}$. 38. $y=\frac{2x-1}{7+x}$. 39. $y=\frac{x^2}{4-x}$. 40. $y=\frac{-2x}{4-x}$.

Занятие 2.12.1. Вычисление неопределенных интегралов

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить интегралы, где n – номер варианта.

1) $\int\frac{x^n+n\cdot x+n}{x}dx$; 2) $\int\frac{dx}{\sqrt{n-x^2}}$;

3) $\int\left(nx-\frac{1}{\sin^2(nx)}\right)dx$; 4) $\int\left(\sin(nx)+(nx)^2\right)dx$;

5) $\int\left(\cos(nx)-\frac{1}{n+x^2}\right)dx$; 6) $\int ctg(nx)dx$.

Занятие 2.13.1. Вычисление неопределенных интегралов

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить интегралы, где n – номер варианта.

1) $\int x\sqrt{x^2+n}\,dx$; 2) $\int\sin(nx)\cdot\left(\cos(nx)\right)^3dx$;

3) $\int\frac{\ln(nx)\,dx}{x}$; 4) $\int x\ln(nx)\,dx$;

5) $\int(x-n)\cdot\sin x\,dx$; 6) $\int(n+x)e^{nx}dx$.

Занятие 2.14.1. Интегрирование рациональных и тригонометрических функций

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить интегралы, где n – номер варианта.

1) $\int \frac{n-x}{x^2+2x+2}dx$;

2) $\int \frac{2x+1}{(x-n)(x+1)}dx$;

3) $\int \frac{n-x+x^2}{x^2-x-2}dx$;

4) $\int \cos^2(nx)dx$;

5) $\int \frac{n-\sin x}{n+\cos x}dx$;

6) $\int \sin^3(nx)\sqrt{\cos(nx)}dx$.

Занятие 2.15.1. Вычисление определенных интегралов

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить интегралы, где n – номер варианта.

1) $\int_0^1 x\sqrt{n+x^2}dx$;

2) $\int_1^e (x+n)\cdot \ln x\,dx$;

3) $\int_{-1}^0 x\cdot e^{n-x^2}dx$;

4) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^{n+1} x}dx$;

5) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-n)\cdot \sin x\,dx$;

6) $\int_0^1 x\cdot e^{nx}dx$.

Занятие 2.16.1. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями, где n – номер варианта.

1) $y=x^2,\ y=n^2$;

2) $y=x^2,\ y=0,\ x=0,\ x=n$;

3) $y=x^3,\ y=n^3,\ x=0$;

4) $y=\frac{n}{x},\ x=1,\ x=2,\ y=0$.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной указанными линиями, где n – номер варианта.

1) $y=x^2,\ y=0,\ x=0,\ x=-n$;

2) $x^2-y^2=1,\ x=n+1$.

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной указанными линиями, где n – номер варианта.

1) $y=x^2,\ y=nx$;

2) $y=x,\ y=n,\ x=0$.

Занятие 2.17.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Основы математического анализа»

Задание для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

Примерный вариант контрольной работы

1. Вычислить пределы (любые три):

a) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+2x^4-3}{x^2-2x^6+4}$; *b)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x^4+x^5}{2x^3-5x^4-x}$; *c)* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-4x^7+1}{4x^7+2x^3+x^2}$;

d) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-5x-14}{x-7}$; *e)* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sin 10x}$; *f)* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x-5}\right)^x$;

k) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{5+4x}-\sqrt{5-4x}}{4x}$; *m)* $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+4x^2\right)^{-\frac{2}{3x^2}}$; *n)* $\lim\limits_{x\to -7}\dfrac{x^2-49}{\sin(7+x)}$.

2. Провести полное исследование функции $y=\dfrac{4x}{1+x}$.

3. Вычислить интегралы (любые три):

a) $\int\dfrac{x+4}{(x+2)(x-4)}dx$. *b)* $\int\dfrac{1}{\sqrt[3]{x+2}+\sqrt{x+2}}dx$.

c) $\int\dfrac{2x}{4x^2+1}dx$. *d)* $\int\limits_0^1 x\cdot e^x dx$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=-x^2$, $y=-4x$.

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси *Ox* фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $x=-1$, $x=0$, $y=0$.

§ 3. Комплексные числа

Занятие 3.1.1. Теория функции комплексной переменной

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Теория функции комплексной переменной».

Литература: [5], глава VI, § 28.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

1. Решить квадратное уравнение.

1. $z^2-2z+2=0$. 2. $z^2-2z+10=0$. 3. $z^2-4z+5=0$.

4. $z^2-4z+13=0$. 5. $z^2-8z+17=0$. 6. $z^2-8z+20=0$.

7. $z^2-2z+5=0$. 8. $z^2-4z+8=0$. 9. $z^2-2z+17=0$.

10. $z^2-6z+10=0$. 11. $z^2-2z+37=0$. 12. $z^2-10z+29=0$.

13. $z^2-10z+26=0$.
14. $z^2-6z+25=0$.
15. $z^2-8z+25=0$.
16. $z^2-4z+40=0$.
17. $z^2-6z+34=0$.
18. $z^2-6z+45=0$.
19. $z^2-8z+41=0$.
20. $z^2-8z+52=0$.
21. $z^2-10z+34=0$.
22. $z^2-10z+50=0$.
23. $z^2-10z+61=0$.
24. $z^2-12z+37=0$.
25. $z^2-12z+45=0$.
26. $z^2-12z+52=0$.
27. $z^2-12z+61=0$.
28. $z^2-14z+50=0$.
29. $z^2-14z+53=0$.
30. $z^2-14z+58=0$.
31. $z^2-4z+20=0$.
32. $z^2-14z+65=0$.
33. $z^2-12z+72=0$.
34. $z^2-12z+40=0$.
35. $z^2-10z+41=0$.
36. $z^2-8z+32=0$.
37. $z^2-4z+29=0$.
38. $z^2-2z+26=0$.
39. $z^2-6z+13=0$.
40. $z^2-6z+18=0$.

2. Изобразить комплексные числа z_1, z_2, $-z_1$, $-z_2$, $\overline{z_1}$, $\overline{z_2}$. Значения z_1 и z_2 взять из задания № 1.

Занятие 3.2.1. Действия над комплексными числами в алгебраической форме

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти z_1+z_2, z_1-z_2, z_2-z_1, $z_1\cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{z_2}{z_1}$. Значения z_1 и z_2 взять из занятия 3.1.1 задания № 1.

Занятие 3.3.1. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Записать комплексные числа z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах.

1. $z_1=1+i,\quad z_2=i$.
2. $z_1=-1,\quad z_2=1-i$.
3. $z_1=1+i,\quad z_2=1-i$.
4. $z_1=1,\quad z_2=-1-i$.
5. $z_1=1+i,\quad z_2=-i$.
6. $z_1=1+i,\quad z_2=-1-i$.
7. $z_1=1-i,\quad z_2=-i$.
8. $z_1=-1,\quad z_2=-1+i$.
9. $z_1=1+i,\quad z_2=2i$.
10. $z_1=1,\quad z_2=1-i$.
11. $z_1=2+2i,\quad z_2=-1+i$.
12. $z_1=-1+i,\quad z_2=2i$.
13. $z_1=2-2i,\quad z_2=-1+i$.
14. $z_1=-1-i,\quad z_2=2i$.
15. $z_1=1-i,\quad z_2=-2i$.
16. $z_1=2+2i,\quad z_2=1-i$.

17. $z_1 = -1 + i, \quad z_2 = -i$.
18. $z_1 = 2 + 2i, \quad z_2 = -1 - i$.
19. $z_1 = -1, \quad z_2 = 1 + i$.
20. $z_1 = -1 - i, \quad z_2 = -i$.
21. $z_1 = -2 + 2i, \quad z_2 = -1 + i$.
22. $z_1 = -1, \quad z_2 = -1 - i$.
23. $z_1 = 1, \quad z_2 = -1 + i$.
24. $z_1 = -2 - 2i, \quad z_2 = -1 + i$.
25. $z_1 = 1 - i, \quad z_2 = i$.
26. $z_1 = 2 - 2i, \quad z_2 = 1 - i$.
27. $z_1 = 1 + i, \quad z_2 = -1 + i$.
28. $z_1 = 1 - i, \quad z_2 = 2i$.
29. $z_1 = 1 + i, \quad z_2 = -2i$.
30. $z_1 = -1 - i, \quad z_2 = -2i$.
31. $z_1 = 2 - 2i, \quad z_2 = -1 - i$.
32. $z_1 = 3 + 3i, \quad z_2 = -2 + 2i$.
33. $z_1 = -1 + i, \quad z_2 = -2i$.
34. $z_1 = 3 + 3i, \quad z_2 = 2i$.
35. $z_1 = -1 - i, \quad z_2 = i$.
36. $z_1 = 1 - i, \quad z_2 = -2 - 2i$.
37. $z_1 = -1 + i, \quad z_2 = i$.
38. $z_1 = 1, \quad z_2 = 1 + i$.
39. $z_1 = -3 + 3i, \quad z_2 = -2 + 2i$.
40. $z_1 = -1 - i, \quad z_2 = -2 + 2i$.

Занятие 3.4.1. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти в тригонометрической форме значения выражений: $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{z_2}{z_1}$, z_1^2, z_2^2, $\sqrt{z_1}$ и $\sqrt{z_2}$. Значения z_1 и z_2 взять из занятия 3.3.1.

Занятие 3.5.1. Действия над комплексными числами в показательной форме

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти в показательной форме значения выражений: $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{z_2}{z_1}$, z_1^2, z_2^2, $\sqrt{z_1}$ и $\sqrt{z_2}$. Значения z_1 и z_2 взять из занятия 3.3.1.

Занятие 3.6.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Комплексные числа»

Задание для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

Примерный вариант контрольной работы

1. Найти корни квадратного уравнения $z^2+25=0$. Изобразить корни на комплексной плоскости.
2. Для комплексного числа $z=-2+2i$ записать сопряженное и противоположное числа. Результат изобразить на комплексной плоскости.
3. Найдите геометрическое место точек, изображающих комплексное число, удовлетворяющих условию: $\mathrm{Im}(z-1)^2 \le 9$.
4. Записать комплексные числа $z_1=-3+\sqrt{3}i$ и $z_2=-3i$ в тригонометрической и показательной формах. Найти $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$, $\frac{z_2}{z_1}$, ${z_1}^2$, ${z_2}^2$.

Занятие 3.8.1. Подготовка к зачету

Задание для всех: подготовить ответы на теоретические вопросы (устно), решить типовые задания (задачи) по темам (письменно).

ТЕМА 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Теоретические вопросы

1. Определение матрицы; определение определителей второго порядка и третьего порядка; понятие невырожденной матрицы.
2. Способы вычисления определителей второго и третьего порядка.
3. Действия над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на действительное число, умножение матриц, транспонирование матрицы.
4. Понятие обратной матрицы, формула обратной матрицы.
5. Определение системы линейных алгебраических уравнений, решения системы; понятие совместной и несовместной системы, определенной и неопределенной системы линейных уравнений.
6. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
7. Решение систем линейных уравнений матричным методом.
8. Способы задания прямой линии на плоскости. Виды уравнений прямой.
9. Нахождение угла между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Формула для нахождения расстояния от точки до прямой.

10. Общее уравнение линии второго порядка на плоскости. Классификация линий второго порядка на плоскости.
11. Понятия окружности, эллипса, гиперболы и параболы. Их канонические уравнения и построение в системе координат. Геометрические характеристики эллипса, гиперболы и параболы.

Примерные практические задания (задачи)

1. Вычислить определители:

a) $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$. *b*) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ -4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$.

2. Найти сумму, разность и произведение матриц:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Найти обратную матрицу для матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & -3 \end{pmatrix}$ и сделать проверку.

4. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} -x + y - z = 0; \\ 3x - 4y + 3z = -1; \\ -2y - 3z = -8. \end{cases}$

5. Даны точки $A(1;2)$, $B(0;-1)$, $C(3;-1)$. Составьте уравнения:

a) стороны *AB* треугольника *ABC*: общее, каноническое, в отрезках, с угловым коэффициентом, параметрическое;

b) высоты *CH* и медианы *CD*: общее, каноническое, в отрезках, с угловым коэффициентом, параметрическое;

c) найти расстояние от точки $A(1;2)$ до прямой *BC*.

6. По уравнению кривой второго порядка определить ее тип, записать основные геометрические характеристики:

a) $x^2 + 4y^2 - 2x + 56y + 181 = 0$; *b*) $x = 2 - \sqrt{6 - 2y}$;

c) $4x + 10 + 2x^2 - 8y^2 = 0$; *d*) $x^2 + y^2 + 6x + 2y - 15 = 0$.

ТЕМА 2. Основы математического анализа

Теоретические вопросы

1. Определение функции. Определение числовой последовательности.
2. Определение предела функции при $x \to x_0$. Определение односторонних пределов функции в точке. Определение предела функции при $x \to \infty$.
3. Определение бесконечно большой функции, бесконечно малой функции. Эквивалентные бесконечно малые функции.
4. Предел суммы, произведения и частного функций.
5. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
6. Определение функции, непрерывной в точке, непрерывной на отрезке.
7. Определение точки разрыва, классификация точек разрыва.
8. Определение производной функции.
9. Правила и формулы дифференцирования.
10. Правило дифференцирования сложной функции.
11. Нахождение производной степенно-показательной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производная от функции заданной параметрически.
12. Определение и уравнение касательной к графику функции. Определение и уравнение нормали к графику функции.
13. Определение второй производной, производных высших порядков.
14. Определение дифференциала функции. Формулы дифференциала суммы, произведения и частного функций.
15. Теоремы Лопиталя для раскрытия неопределенностей при вычислении пределов.
16. Алгоритм полного исследования функции.
17. Определение первообразной функции. Определение неопределенного интеграла, свойства неопределенного интеграла.
18. Табличный метод интегрирования неопределенного интеграла.
19. Алгоритм метода интегрирования подстановкой.
20. Интегрирование по частям неопределенного интеграла.
21. Определение рациональной функции, интегрирование простейших рациональных дробей, общее правило интегрирования дробно-рациональных функций.
22. Интегрирование тригонометрических функций.
23. Определение определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
24. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Основные методы вычисления определенных интегралов.
25. Приложение определенного интеграла для вычисления площади плоской фигуры, объема тела вращения.

Примерные практические задания (задачи)

1. Написать первых пять членов последовательности, заданных ее n – *ым* членом: $x_n = \dfrac{n^2+1}{n}$.
2. Зная несколько первых членов последовательности записать формулу их общего члена: $\dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{5}, \dfrac{1}{7}, \ldots$.
3. Является ли последовательность $x_n = \dfrac{n+1}{n}$ ограниченной?
4. Доказать, что последовательность $x_n = \dfrac{n+1}{2}$ является возрастающей.
5. Вычислить пределы функций:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+2x^3+1}{x^4-5x^3+1}$; *b)* $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4+x^2+2}{x^2-2x^3-1}$; *c)* $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-2x^4+1}{x^4+x^3+x}$;

d) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+2x-3}{x-1}$; *e)* $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 6x}{\sin 2x}$; *f)* $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{x+1}\right)^x$;

k) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$; *m)* $\lim\limits_{x\to -7} (15+2x)^{\frac{5}{x+7}}$; *n)* $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3-1}{\sin(1-x)}$.

6. Исследовать функции на непрерывность на всей числовой оси. Найти и классифицировать точки разрыва, если они существуют. Построить график функции.

a) $y = \begin{cases} -2x, & x < 0; \\ \sqrt{4+x^2}, & x \geq 0. \end{cases}$ *b)* $y = \begin{cases} -|x+1|, & x < -1; \\ x^2+2, & -1 \leq x < 1; \\ 2x, & x \geq 1. \end{cases}$

c) $y = \begin{cases} \sqrt{-x-3}, & x \leq -3; \\ \dfrac{1}{1-x}, & -3 < x < 1; \\ -2, & x \geq 1. \end{cases}$

7. Найти производную функции $y = f(x)$ первого и второго порядка:

a) $y = 6x^4 + \dfrac{2}{x} - \dfrac{3}{x^2} + \sqrt{2}x$; *b)* $y = \sqrt[4]{x} - \dfrac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + 2ctg\, x$;

c) $y = 5^x \cdot \arcsin x + \pi$; *d)* $y = \dfrac{4\log_5 x}{2x^3 + x^2}$.

8. Найти производную сложной функции $y = f(g(x))$:

a) $y = \sqrt{\cos x}$; *b)* $y = 2^{tgx}$;

c) $y = \arccos^2\left(e^x\right)$; *d)* $y = \left(\sin 2x\right) \cdot \log_2 x$;

e) $y = \sqrt{arcctg\, x}$; *f)* $y = \dfrac{\ln 2x}{\cos x}$.

9. Найти производную функции $y = f\left(x\right)$ с помощью логарифмического дифференцирования:

a) $y = x^{\ln\left(\cos x\right)}$; *b)* $y = \left(x + x^2\right)^x$;

c) $y = \left(\sin x\right)^{\ln x}$; *d)* $y = \sqrt[3]{\dfrac{x^2}{2+x^2}}$.

10. Найти производную первого и второго порядков функции:

a) $\begin{cases} x = t - 2 + t^2; \\ y = 1 + t^2. \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} x = 1 - \sin t; \\ y = 1 + \cos t. \end{cases}$ *c)* $\begin{cases} x = tgt; \\ y = ctgt. \end{cases}$ *d)* $\begin{cases} x = t^2 + t^3; \\ y = 1 + t^2. \end{cases}$

11. Найти дифференциалы функции $y = f\left(x\right)$ первого и второго порядка:

a) $y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$; *b)* $y = e^x + \cos\, x$;

c) $y = x \cdot \ln\, x$; *d)* $y = \dfrac{\cos x}{x}$.

12. Составить уравнения касательной и нормали функции $y = f\left(x\right)$ в точке $M(x; y)$:

a) $y = \dfrac{2x+2}{x+6}$, $M(-5; -8)$; *b)* $y = \dfrac{2x-1}{x+4}$, $M(-3; -7)$.

13. Вычислить пределы функций, используя правила Лопиталя:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 + 2x^3 + 1}{x^4 - 5x^3 + 1}$; *b)* $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^4 + x^2 + 2}{x^2 - 2x^3 - 1}$;

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - 2x^4 + 1}{x^4 + x^3 + x}$; *d)* $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x - 1}$;

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 6x}{\sin 2x}$; *f)* $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{x+1}\right)^x$;

k) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$; *m)* $\lim\limits_{x\to -7} (15 + 2x)^{\frac{5}{x+7}}$;

n) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3 - 1}{\sin(1 - x)}$.

14. Исследовать функцию средствами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить график:

a) $y = -x^3 - 2x^2 + 3;$ *b)* $y = \frac{x^2}{x-1}.$

15. Вычислить интегралы:

a) $\int \frac{\sin\ x dx}{\cos^4 x};$ *b)* $\int (2-x)\cos x\, dx;$ *c)* $\int \frac{x+18}{x^2-4x-12} dx;$

d) $\int \frac{x^4}{1+x^2} dx;$ *e)* $\int \frac{dx}{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt{x+1}};$ *f)* $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(\sqrt[4]{x}+1\right)^{10}};$

k) $\int \sin^3 x dx;$ *m)* $\int_{2\pi}^{3\pi} x \cdot \sin x\, dx;$ *n)* $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} dx;$

16. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми:

a) $y = x^2,\ y = 1;$ *b)* $y = x^3 + 3,\ x = 0,\ y = x - 1,\ x = 2;$

c) $\begin{cases} x = 2 \cdot \cos t; \\ y = \sin t; \end{cases}$ *d)* $r = 2 \cdot \sin 3\varphi.$

17. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси O*x* фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2,\ y = 16.$

18. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси O*y* фигуры, ограниченной линиями: $y^2 = 1 - x,\ x = 2,\ y = 0,\ y = 1.$

ТЕМА 3. Комплексные числа

Теоретические вопросы

1. Определение мнимой единицы, комплексного числа, равных, противоположных и сопряженных комплексных чисел.
2. Геометрическое изображение комплексных чисел; определение модуля и аргумента комплексного числа.
3. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа.
4. Действия над комплексными числами в алгебраической форме: сложение, вычитание, умножение, деление.
5. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах: умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня n-ой степени.

Примерные практические задания (задачи)

1. Решить квадратное уравнение $x^2 + 13x + 48 = 0$.
2. Решить квадратное уравнение $z^2 + ix + 6 = 0$.
3. Составить квадратное уравнение, если известен один корень: $x_1 = -4 + i$.
4. Изобразить на комплексной плоскости противоположное и сопряженное числа комплексному числу $z = -5 + 2i$.
5. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенству: $|z| \le 1$.
6. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих неравенствам: $0 \le |z| \le 9, |\mathrm{Re}\, z| \ge 1, |\mathrm{Im}\, z| \le 1$.
7. Вычислить: $i^{124} + 5i^{42} - 4i^3$.
8. Найти действительную и мнимую часть числа z, если $z = z_1 - 2 \cdot z_2$ и $z_1 = -1 - 3i$, $z_2 = 9i$.
9. Найти модуль числа z, если $z = z_1 \cdot z_2$ и $z_1 = -1 - 2i$, $z_2 = -1 + 2i$.
10. Даны два комплексных числа $z_1 = 1 - 3{,}5i$, $z_2 = -7 - 2i$. Требуется найти $z = \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2$ в алгебраической форме.
11. Записать комплексные числа z_1 и z_2 в тригонометрической и показательной формах. Найти $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$ в алгебраической форме, $z_1 \cdot z_2$, $\frac{z_1}{z_2}$ в алгебраической, тригонометрической и показательной формах:

    a) $z_1 = 2 - 2\sqrt{3}\, i$, $z_2 = 1 - i$;

    b) $z_1 = 2i$, $z_2 = 2 - 2i$;

    c) $z_1 = -5 + 5i$, $z_2 = -2i$.
12. Возвести комплексное число $z = -4 - 4i$ в указанную степень:

    a) z^2; *b*) z^4.
13. Вычислить $\sqrt[4]{z} = \sqrt[4]{-4 - 4i}$.

§ 4. Функция двух переменных

Занятие 4.1.1. Частные производные высших порядков

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Частные производные высших порядков».

Литература: [5], глава IX, § 44, п. 44.2.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти частные производные и дифференциалы функции $z = f(x;y)$ до второго порядка включительно.

1. $z = \left(x^3 + y^2\right) \cdot \ln y$.
2. $z = y\sqrt{x} + x\sqrt[3]{y}$.
3. $z = ye^{y-x^2}$.
4. $z = \left(x^3 + 3x^2 y\right) \cdot e^{3x}$.
5. $z = \sin^2\left(2x + 3y\right)$.
6. $z = ye^{2x+y}$.
7. $z = \left(x^2 + 3y^2 x\right) \cdot e^{3x-1}$.
8. $z = y\sqrt{x} + \dfrac{3y}{\sqrt[3]{x}}$.
9. $z = \left(y^3 + x^2\right) \cdot \ln y$.
10. $z = \cos^2\left(2x + 3y\right)$.
11. $z = ye^{y^2-x}$.
12. $z = \left(x^3 - y^2\right) \cdot \ln x$.
13. $z = \left(x^2 + 3y^2 x\right) \cdot \sin x$.
14. $z = xe^{2y+x}$.
15. $z = \sin^2\left(3x - 2y\right)$.
16. $z = \left(x^2 - 2y^2 x\right) \cdot \cos x$.
17. $z = x\sqrt{y} + \dfrac{y}{\sqrt[3]{x}}$.
18. $z = \cos^2\left(2y + x\right)$.
19. $z = \left(x^3 + y^2\right) \cdot \cos y$.
20. $z = y\sqrt{x^3} + \dfrac{x}{\sqrt[3]{y}}$.
21. $z = \left(x^3 + 3x^2 y\right) \cdot \sin y$.
22. $z = \cos^2 x\left(2x + 6y\right)$.
23. $z = x^2 e^{2x+3y}$.
24. $z = \left(x^2 - 2y^3 x\right) \cdot e^{2x-1}$.
25. $z = \left(x^3 - 3y^2\right) \cdot \ln x$.
26. $z = \sin^2\left(2x - 5y\right)$.
27. $z = xe^{-yx}$.
28. $z = \left(2x^3 - y^2\right) \cdot \ln y$.
29. $z = \cos^2\left(5x + 3y\right)$.
30. $z = \sin x\left(2x + 3y^2\right)$.
31. $z = xe^{-y+x^2}$.
32. $z = 2x\sqrt{y} + \dfrac{x}{\sqrt[3]{y}}$.

33. $z=\left(x^4+y^3\right)\cdot\ln y$.

34. $z=x\sqrt{y}+\frac{y}{\sqrt[3]{x}}$.

35. $z=ye^{y^2+x^2}$.

36. $z=\left(y^3+3y^2x\right)\cdot e^{3y+x}$.

37. $z=\sin^3\left(2y+4x\right)$.

38. $z=\cos^3\left(2y+4x\right)$.

39. $z=\left(x^5-2y^3\right)\cdot\ln x$.

40. $z=x\sqrt{y^5}+\frac{y}{\sqrt[4]{x}}$.

Занятие 4.2.1. Дифференцирование сложной и неявной функции

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Дифференцирование сложной и неявной функции».

Литература: [5], глава IX, § 44, п. 44.6., п. 44.8.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти частные производные функции $F(x;y;z)=0$.

1. $z=2+e^{4x+2y}\sin z$.
2. $z=x^3-2y^3x^2+e^{2z-1}$.
3. $z=2x^2-y^3x+e^{2+3z}$.
4. $z=x^4+y^3\cos z$.
5. $z=\sin x+e^{z+y^4}$.
6. $z=y\sin\left(z+3y^2\right)$.
7. $z=z^3+y^2\cos x$.
8. $z=3^{y+2x}\sin z$.
9. $z=tgy+e^{z+x^2}$.
10. $z=2-x^5-y^3x^2+e^{2+z}$.
11. $z=x\sin\left(z+3y\right)$.
12. $z=y^3+x^2\cos z$.
13. $z=e^{-yx}\ln z$.
14. $z=\left(z^3-x^2\right)\cdot\ln y$.
15. $z=x^2+y^3\cos z$.
16. $z=y\sin^2\left(x-2z\right)$.
17. $z=x\cos\left(z+y^2\right)$.
18. $z=\sin x+e^{z-y^2}$.
19. $z=7^{z+2x}\sin y$.
20. $z=\cos^2 z\left(2x+y\right)$.
21. $z=x^3+y^2\cos z$.
22. $z=y\sin\left(z-5x\right)$.
23. $z=ctgx+e^{z+y^3}$.
24. $z=\sin y+e^{z+x^2}$.
25. $z=x^3+y^2\sin z$.
26. $z=2y^2-x^2y+e^{2-z}$.
27. $z=x+e^{z-y^2}$.
28. $z=y^2+2x^2y-e^{2z-1}$.
29. $z=tgx+e^{z+y^2}$.
30. $z=x\cos\left(z+2y\right)$.
31. $z=y^2-x^2\ln z$.
32. $z=e^{2y+x}\sin z$.

33. $z = x^2 + 3y^2x - e^{3z-1}$.

34. $z = \cos y + e^{z-x^2}$.

35. $z = y^3 + x^2 \ln z$.

36. $z = xe^{2z+y}$.

37. $z = y + e^{z-x^2}$.

38. $z = \left(x^3 + z^2 y\right) \cdot e^x$.

39. $z = x^3 + y^2 \ln z$.

40. $z = ctgy + e^{z+x^3}$.

Занятие 4.3.1. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = f\left(x; y\right)$ в точке $M\left(x_0; y_0; z_0\right)$.

1. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, $M\left(2;1;1\right)$.

2. $z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy$, $M\left(3;4;-7\right)$.

3. $z = 2\sin x \cdot \cos y$, $M\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; 1\right)$.

4. $z = 1 + x^2 + y^2$, $M\left(1;1;3\right)$.

5. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, $M\left(1;1;1\right)$.

6. $z = x^2 - y^2 + 2$, $M\left(1;1;2\right)$.

7. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, $M\left(2;0;2\right)$.

8. $z = 1 + x^2 + y^2$, $M\left(1;2;6\right)$.

9. $z = y + \ln\left(x + y^2\right)$, $M\left(1;0;0\right)$.

10. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $M\left(0;3;3\right)$.

11. $z = x^2 - y^2 + 4$, $M\left(1;1;4\right)$.

12. $z = 1 + x^2 + y^2$, $M\left(3;0;10\right)$.

13. $z = x^2 - xy + y^2 - x + 2y$, $M\left(1;1;2\right)$.

14. $z = 2 + x^2 + y^2$, $M\left(1;1;4\right)$.

15. $z = \sqrt{x^2 + y^2} + 2xy$, $M\left(-3;4;-19\right)$.

16. $z = \sqrt{x^2 + y^2} - x$, $M\left(3;4;2\right)$.

17. $z = 1 + x^2 + y^2$, $M\left(1;2;6\right)$.

18. $z = e^x \cdot \sin y$, $M\left(0; \frac{\pi}{2}; 1\right)$.

19. $z = \sqrt{x^2 + y^2} + xy$, $M\left(-3;-4;17\right)$.

20. $z = e^x \cdot \cos y$, $M\left(0;\pi;-1\right)$.

21. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, $M\left(2;0;2\right)$.

22. $z = \ln\left(x^2 + y^2\right)$, $M\left(0;-1;0\right)$.

23. $z = 2x + x^2 + y^2$, $M\left(1;2;7\right)$.

24. $z = x^2 - y^2 + 1$, $M\left(-1;-1;1\right)$.

25. $z = x^2 - 2xy + y^2 + 2y$, $M\left(0;-1;-1\right)$.

26. $z = e^x \cdot \cos y$, $M\left(0;\pi;-1\right)$

27. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $M\left(0;-4;4\right)$.

28. $z = 1 + x^2 + y^2$, $M\left(1;0;2\right)$.

29. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, $M\left(-1;0;2\right)$.

30. $z = 1 + x^2 + y^2$, $M\left(2;0;5\right)$.

31. $z = x + \ln\left(x^2 + y^2\right)$, $M\left(1;0;1\right)$.

32. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $M\left(3;0;3\right)$.

33. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, $M(0;1;3)$.

34. $z = \sqrt{x^2 + y^2} + xy$, $M(3;4;17)$

35. $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$, $M(2;-1;5)$.

36. $z = 1 + x^2 + y^2$, $M(0;1;2)$.

37. $z = x^2 - y^2 + 1$, $M(1;1;1)$.

38. $z = \sin x \cdot \cos y$, $M\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4};\frac{1}{2}\right)$.

39. $z = e^x \cdot \cos y$, $M(1;\pi;-e)$.

40. $z = \ln\left(x^2 + y^2\right)$, $M(1;0;0)$.

Занятие 4.4.1. Исследование функции двух переменных на экстремум

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Исследовать функцию $z = f(x;y)$ на экстремум.

1. $z = x^2 + xy + y^2 - 4x - 5y$.
2. $z = -x^2 + xy - y^2 + 3x + 2$.
3. $z = 6x^2 - 7xy + 2y^2 + 6x - 3y$.
4. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$.
5. $z = x^2 + xy + y^2 - 4x - 5y + 3$.
6. $z = -2x^2 + 2xy - y^2 - 8x$.
7. $z = -x^2 + xy - y^2 + 6x - 9y - 35$.
8. $z = x^2 + xy - y^2 + 6x - 5y$.
9. $z = -x^2 + xy - y^2 - 9x + 3y - 20$.
10. $z = -2x^2 + 2xy - y^2 - 8x + 5$.
11. $z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y + 9$.
12. $z = -x^2 + xy - y^2 + 3x$.
13. $z = 6x^2 - 7xy + 2y^2 + 6x - 3y - 8$.
14. $z = x^2 + xy + y^2$.
15. $z = x^2 + xy + y^2$.
16. $z = 6x^2 - 7xy + 2y^2$.
17. $z = -x^2 + xy + y^2 + 1$.
18. $z = x^2 - 2xy + 2y^2 + x$.
19. $z = -2x^2 + xy - y^2$.
20. $z = x^2 + xy - y^2 + 5x - 3y + 7$.
21. $z = x^2 + xy + y^2 + 4x + 5y$.
22. $z = x^2 + xy - y^2 - 3x + 2$.
23. $z = x^2 - xy + 2y^2 + 6x - 3y$.
24. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 4y$.
25. $z = -2x^2 + 2xy - y^2 - 6x$.
26. $z = x^2 + xy + y^2 - 4x - 2y$.
27. $z = -x^2 + xy - y^2 + 6x - 3y - 5$.
28. $z = x^2 + xy - y^2 + 5x - 2y$.
29. $z = x^2 + xy + y^2 - 9x + 3y - 2$.
30. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 4y + 6$.
31. $z = -2x^2 + 4xy - y^2 - 8x + 1$.
32. $z = 2x^2 + xy + y^2 - 6x + y$.
33. $z = -5x^2 + 8xy - 5y^2 - 6x - 1$.
34. $z = 6x^2 + xy + y^2 - 2x + 3y$.
35. $z = x^2 + xy + y^2 - 9y + 3x - 5$.
36. $z = -x^2 + xy - y^2 + 7x - 6y$.
37. $z = x^2 + xy + y^2 + 4x - 2 - y$.
38. $z = -x^2 + xy - y^2 + 7x - 8y - 7$.
39. $z = -2x^2 + 2xy - y^2 - 8x$.
40. $z = 9x^2 - 5xy + y^2 - x + 4$.

Занятие 4.5.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Функции двух переменных»

Задание для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

Примерный вариант контрольной работы

1. Найти и изобразить на плоскости область определения функции: $f(x;y)=e^{\sqrt[4]{x-y^2-4y+3}}$.
2. Найти частные производные и дифференциалы функции до второго порядка включительно: $z=y\ln x-2y^2-4x^2y+3$.
3. Исследовать функцию на экстремум: $z=-x^2+xy-y^2+3x$.
4. Найти частные производные первого порядка функции: $z=3^{y+2x}\sin z$.

§ 5. Дифференциальные уравнения

Занятие 5.3.1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

1. $y'+4y\cos 2x=0$.
2. $y'-xy^2=0$.
3. $y'+2xy=0$.
4. $y'-3yx^2=0$.
5. $y'-4ye^{2x}=0$.
6. $y'-(2x-1)\cdot y=0$.
7. $y'-15y^4\sin 5x=0$.
8. $y'+xy^2=0$.
9. $y'+9ye^{3x+1}=0$.
10. $y'+20y^4x^2=0$.
11. $y'+4y\cdot tgx=0$.
12. $y'+\dfrac{y^2}{\sqrt{x-4}}=0$.
13. $y'-(x-1)^2\cdot y=0$.
14. $y'+6y^2e^{x+1}=0$.
15. $y'+(x+2)^2\cdot y^3=0$.
16. $y'+3\sqrt[3]{y-1}\cdot\sqrt{x}=0$.
17. $y'-\sqrt[3]{x-1}\cdot\sqrt{y}=0$.
18. $y'+8y^2\cos 4x=0$.
19. $y'+x^3\sqrt{y}=0$.
20. $y'+16\sqrt{y}\sin 16x=0$.
21. $y'-\sqrt{4x-2}\cdot y=0$.
22. $y'-24y^3\cos 2x=0$.
23. $y'-(18x-3)\cdot y=0$.
24. $y'-x^{-2}y^{-3}=0$.

25. $y' + \sqrt{x}y^2 = 0$.

26. $y' + 120y^4x^{-3} = 0$.

27. $y' + 15ye^{-5x+1} = 0$.

28. $y' - (7x+3)\cdot y = 0$.

29. $y' + 16y\sin 8x = 0$.

30. $y' + 30y^4 \sin 2x = 0$.

31. $y' - 6y^2 \cos 2x = 0$.

32. $y' - x^2y^3 = 0$.

33. $y' - (x-1)\cdot y = 0$.

34. $y' - \sqrt{x-1}\cdot y = 0$.

35. $y' - 8y\cdot ctgx = 0$.

36. $y' - 12y^3x^4 = 0$.

37. $y' + \dfrac{y^3}{(x-4)^2} = 0$.

38. $y' - x^3y^4 = 0$.

39. $y' - 3\cdot\sqrt[3]{y}\cdot x^2 = 0$.

40. $y' - 6ye^{-2x} = 0$.

Занятие 5.4.1. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка методом Бернулли и Лагранжа

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти частное решение линейного дифференциального уравнения первого порядка с постоянными коэффициентами.

1. $y' + 2y = e^{2x}$, $y(0) = 0$.

2. $y' - y = e^{2x}$, $y(0) = 0$.

3. $y' - y = e^{x}$, $y(0) = 0$.

4. $y' - y = e^{-x}$, $y(0) = 0$.

5. $y' + 2y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$.

6. $y' - y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$.

7. $y' + 2y = e^{x}$, $y(0) = 0$.

8. $y' - y = 2e^{x}$, $y(0) = 0$.

9. $y' + 2y = e^{-x}$, $y(0) = 0$.

10. $y' - y = 2e^{5x}$, $y(0) = 0$.

11. $y' + y = 3e^{2x}$, $y(0) = 0$.

12. $y' + y = 2e^{x}$, $y(0) = 0$.

13. $y' - 4y = e^{2x}$, $y(0) = 0$.

14. $y' + y = e^{-5x}$, $y(0) = 0$.

15. $y' + y = e^{5x}$, $y(0) = 0$.

16. $y' + y = e^{7x}$, $y(0) = 0$.

17. $y' + y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$.

18. $y' - 2y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$.

19. $y' + y = e^{-x}$, $y(0) = 0$.

20. $y' - 2y = e^{-x}$, $y(0) = 0$.

21. $y' - 2y = e^{x}$, $y(0) = 0$.

22. $y' + y = e^{x}$, $y(0) = 0$.

23. $y' - 2y = e^{2x},\ y(0) = 0.$

24. $y' + y = e^{2x},\ y(0) = 0.$

25. $y' - 2y = e^{8x},\ y(0) = 0.$

26. $y' + y = e^{-8x},\ y(0) = 0.$

27. $y' + 5y = e^{2x},\ y(0) = 0.$

28. $y' - 3y = e^{2x},\ y(0) = 0.$

29. $y' - 3y = e^{-2x},\ y(0) = 0.$

30. $y' - 4y = e^{-4x},\ y(0) = 0.$

31. $y' + 12y = e^{-2x},\ y(0) = 0.$

32. $y' - 9y = e^{-2x},\ y(0) = 0.$

33. $y' + 6y = e^{-x},\ y(0) = 0.$

34. $y' - y = 5e^{-5x},\ y(0) = 0.$

35. $y' + 8y = e^{-4x},\ y(0) = 0.$

36. $y' - y = 25e^{-5x},\ y(0) = 0.$

37. $y' + y = -6e^{2x},\ y(0) = 0.$

38. $y' + 8y = -2e^{-x},\ y(0) = 0.$

39. $y' - 14y = e^{-4x},\ y(0) = 0.$

40. $y' + 9y = e^{-6x},\ y(0) = 0.$

Занятие 5.5.1. Решение однородных дифференциальных уравнений

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение однородного дифференциального уравнения первого порядка.

1. $2y' = \frac{2y}{x} + \sin^2\frac{y}{x}.$

2. $y' = \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2.$

3. $y' = \frac{y}{x+y}.$

4. $(x-y)\,y\,dx - x^2 dy = 0.$

5. $y - xy' = \sqrt{x^2+y^2}.$

6. $y = xy' - xe^{\frac{y}{x}}.$

7. $x(x+2y)\,dx + \left(x^2 - y^2\right)dy = 0.$

8. $xy' = y + x\cdot\sin\frac{y}{x}.$

9. $y' = \frac{y}{x} - \sin^2\frac{y}{x}.$

10. $\left(x^2 - y^2\right)dx + 2xy\,dy = 0.$

11. $y' = \frac{y}{x} + \sin^2\frac{y}{x}.$

12. $\left(x^2 + 2xy\right)dx + xydy = 0.$

13. $2y' = \frac{2y}{x} + \cos^2\frac{y}{x}.$

14. $y' = \frac{x+2y}{-x}.$

15. $xdy - ydx = ydy$.

16. $2y' = \frac{2y}{x} - \cos^2 \frac{y}{x}$.

17. $y' = \frac{x+3y}{2x}$.

18. $y' = \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{y}{x}$.

19. $2\left(xy + y^2\right) dx - x^2 dy = 0$.

20. $y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$.

21. $y' = \frac{y}{x} - \cos^2 \frac{y}{x}$.

22. $\left(x^2 - 2y^2\right) dx + 2xy\, dy = 0$.

23. $x \cdot y' \cdot \ln \frac{y}{x} = x + y \cdot \ln \frac{y}{x}$.

24. $y' = \frac{x-y}{x-2y}$.

25. $(2x + y)\, dx - 2x dy = 0$.

26. $y = xy' - xe^{\frac{2y}{x}}$.

27. $y' = \frac{x-2y}{2x}$.

28. $\left(x^2 - 5y^2\right) dx + 2xy\, dy = 0$.

29. $y' = 25 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$.

30. $y = xy' - xe^{-\frac{y}{x}}$.

31. $y' = \frac{y}{x} - \cos^2 \frac{5y}{x}$.

32. $y' = \frac{4y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$.

33. $y' = \frac{y}{x} + \sin^2 \frac{9y}{x}$.

34. $y = xy' - xe^{-\frac{8y}{x}}$.

35. $y = xy' + xe^{\frac{4y}{x}}$.

36. $y' = \frac{y}{x} + \cos^2 \frac{8y}{x}$.

37. $y' = 36 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$.

38. $y' = \frac{x+2y}{5x}$.

39. $y' = -\frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$.

40. $y' = \frac{y}{x} - \sin^2 \frac{4y}{x}$.

Занятие 5.6.1. Решение уравнений Я. Бернулли

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение уравнения Бернулли.

1. $y' + y = xy^3$.
2. $y' = \frac{y}{2x} + \frac{1}{2y}$.
3. $y^3y' + xy^4 = x$.
4. $y' + xy = x^3y^3$.
5. $y' + \frac{3y}{x} = x^3y^3$.
6. $y'x + y = xy^2$.
7. $y' - y = y^2e^x$.
8. $xy' + 2y = x^2\sqrt{y}$.
9. $xy' + y = xy^2\ln x$.
10. $y^4y' + xy^5 = x$.
11. $y' + y = y^2e^{4x}$.
12. $y' - y = xy^3$.
13. $y' = \frac{y}{2x} - \frac{1}{2y}$.
14. $y' + \frac{y}{x} = x^5y^4$.
15. $y'x + y = xy^6$.
16. $y' - \frac{3y}{x} = x^3y^3$.
17. $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$.
18. $y' - y = y^2e^{2x}$.
19. $y^3y' - xy^4 = x$.
20. $y' - \frac{y}{x} = x^6y^4$.
21. $y' - xy = x^3y^3$.
22. $xy' - y = xy^2\ln x$.
23. $y'x - y = xy^4$.
24. $y^4y' - xy^5 = x$.
25. $y' + \frac{4y}{x} = x^3y^3$.
26. $y' - \frac{y}{x} = x^8y^4$.
27. $xy' - 4y = x^5\sqrt{y}$.
28. $xy' + y = xy^2\ln 2x$.
29. $y' + \frac{y}{x} = x^{-2}y^4$.
30. $y' = \frac{y}{4x} + \frac{1}{4y}$.
31. $y' + \frac{y}{x} = x^{-7}y^4$.
32. $xy' + y = xy^2\ln 8x$.
33. $y' = \frac{y}{6x} + \frac{1}{6y}$.
34. $xy' + y = xy^2\ln 5x$.

35. $y' + \frac{y}{x} = x^{-9} y^4$.

36. $y' = \frac{y}{9x} + \frac{1}{9y}$.

37. $xy' + y = xy^2 \ln 4x$.

38. $y' = \frac{y}{5x} + \frac{1}{5y}$.

39. $y' - \frac{y}{x} = x^{-5} y^4$.

40. $xy' + 2y = x^6 \sqrt{y}$.

Занятие 5.7.1. Решение уравнений в полных дифференциалах

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение дифференциального уравнения в полных дифференциалах.

1. $(2x+6y+3)dx+(2y+6x-9)dy=0$.
2. $(2x+2y+1)dx+(y+2x-1)dy=0$.
3. $(x-2y+2)dx+(y-2x-7)dy=0$.
4. $(5x+6y+1)dx+(2y+6x-7)dy=0$.
5. $(-x-3y+2)dx+(4y-3x-4)dy=0$.
6. $(2x+7y+2)dx-(y-7x-8)dy=0$.
7. $(x-4y+6)dx-(4y+4x-3)dy=0$.
8. $(8x+6y+1)dx-(12y-6x-1)dy=0$.
9. $(2x-7y+3)dx+(2y-7x-9)dy=0$.
10. $(x-2y+4)dx-(y+2x-1)dy=0$.
11. $(-x-y+8)dx+(4y-x-1)dy=0$.
12. $(5x-6y+1)dx-(2y+6x-7)dy=0$.
13. $(2x-y+1)dx+(2y-x-1)dy=0$.
14. $(8x+6y-1)dx+(4y+6x-1)dy=0$.
15. $(x-4y+3)dx+(4y-4x)dy=0$.
16. $(-2x+2y+1)dx+(-y+2x-1)dy=0$.
17. $(x-5y+6)dx+(3y-5x)dy=0$.
18. $(x-4y+5)dx+(8y-4x-1)dy=0$.
19. $(4x-9y+6)dx+(6y-9x-10)dy=0$.
20. $(2x-8y+9)dx+(2y-8x-7)dy=0$.

21. $(x-8y)dx+(y-8x-4)dy=0.$

22. $(x-y+12)dx+(y-x-9)dy=0.$

23. $(7x-4y)dx+(7y-4x+3)dy=0.$

24. $(2x-9y+1)dx+(6y-9x-1)dy=0.$

25. $(2x-9y-1)dx+(y-9x-7)dy=0.$

26. $(2x-8y)dx+(y-8x-5)dy=0.$

27. $(x+8y-2)dx-(y-8x-8)dy=0.$

28. $(x-4y)dx-(2y+4x-3)dy=0.$

29. $(2x-6y+11)dx-(4y+6x-5)dy=0.$

30. $(5x+6y+1)dx-(2y-6x-7)dy=0.$

31. $-(2x+10y)dx+(y-10x-1)dy=0.$

32. $(4x-6y+1)dx-(2y+6x-7)dy=0.$

33. $(2x-3y+3)dx+(2y-3x-3)dy=0.$

34. $(x+2y+2)dx-(y-2x-7)dy=0.$

35. $(x-4y+3)dx-(y+4x-5)dy=0.$

36. $(2x-8y)dx+(y-8x-5)dy=0.$

37. $(x-5y+1)dx-(y+5x-5)dy=0.$

38. $(8x+2y+1)dx+(10y+2x-1)dy=0.$

39. $(x-4y+5)dx-(y+4x-8)dy=0.$

40. $(2x-4y+3)dx+(6y-4x-2)dy=0.$

Занятие 5.8.1. Решение дифференциальных уравнений первого порядка

Задание для всех: выполнить задания.

Литература: [2], глава VII, § 20, стр.204, № 26.

Занятие 5.9.1. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение дифференциальных уравнений.

1. а) $y''=8x^2-4x+2;$

2. а) $y''=8\cos 2x+2x-7;$

b) $y'' - \frac{y'}{x} = 0$;

c) $y'' - y'y = 0$.

3.

a) $y'' = 6\sqrt{x} + 24x + 4$;

b) $y'' - \frac{4y'}{x} = 0$;

c) $y'' - 4y'y = 0$.

4.

a) $y'' = 4\sin 2x + 2x - 7$;

b) $y'' - \frac{5y'}{x} = 0$;

c) $y'' + 5y'y = 0$.

5.

a) $y'' = 4\cos 8x - x + 3$;

b) $y'' - \frac{6y'}{x} = 0$;

c) $y'' - 6y'y = 0$.

6.

a) $y'' = 6x^2 - 2x + 1$;

b) $y'' - \frac{7y'}{x} = 0$;

c) $y'' + 7y'y = 0$.

7.

a) $y'' = 4x + e^{2x}$;

b) $y'' - \frac{8y'}{x} = 0$;

c) $y'' - 8y'y = 0$.

8.

a) $y'' = 20\sin 5x + 2 - x$;

b) $y'' - \frac{9y'}{x} = 0$;

c) $y'' + 9y'y = 0$.

9.

a) $y'' = 16x^2 + 12x + 5$;

b) $y'' - \frac{10y'}{x} = 0$;

c) $y'' - 10y'y = 0$.

10.

a) $y'' = -4\cos 2x - x^2 + 3$;

b) $y'' - \frac{11y'}{x} = 0$;

c) $y'' + 11y'y = 0$.

11.

a) $y'' = 2^x + 6x^2 + 4$;

b) $y'' - \frac{12y'}{x} = 0$;

c) $y'' - 12y'y = 0$.

12.

a) $y'' = 24\sin 6x + 2x^2 + 9$;

b) $y'' - \frac{13y'}{x} = 0$;

c) $y'' + 13y'y = 0$.

13.

a) $y'' = 8\cos 4x - x^3 + 5$;

b) $y'' - \frac{14y'}{x} = 0$;

c) $y'' - 14y'y = 0$.

14.

a) $y'' = 4x^3 + e^{2x+1}$;

b) $y'' - \frac{15y'}{x} = 0$;

c) $y'' + 15y'y = 0$.

15.

a) $y'' = 4x^{-3} + 15e^{5x+2} - x$;

b) $y'' - \frac{16y'}{x} = 0$;

c) $y'' - 16y'y = 0$.

16.

a) $y'' = 3^x - 24x^3 + 4$;

b) $y'' - \frac{17y'}{x} = 0$;

c) $y'' + 17y'y = 0$.

17.

a) $y'' = 14\sin 2x + x^2 - 8x$;

18.

a) $y'' = 18x^2 - 6x^{-4} + 2$;

b) $y''-\frac{18y'}{x}=0;$

c) $y''-18y'y=0.$

19.

a) $y''=25x^4+16e^{4x+1}+2;$

b) $y''-\frac{20y'}{x}=0;$

c) $y''-20y'y=0.$

20.

a) $y''=\cos 2x+4x^2+6x;$

b) $y''-\frac{21y'}{x}=0;$

c) $y''+21y'y=0.$

21.

a) $y''=18x^{-2}+2x+10;$

b) $y''-\frac{22y'}{x}=0;$

c) $y''-22y'y=0.$

22.

a) $y''=27\sqrt{x}+8x^3+4;$

b) $y''-\frac{23y'}{x}=0;$

c) $y''+23y'y=0.$

23.

a) $y''=36\sin 6x+6x^{-2}+9x;$

b) $y''-\frac{24y'}{x}=0;$

c) $y''-24y'y=0.$

24.

a) $y''=-3x^2+6x+4;$

b) $y''-\frac{25y'}{x}=0;$

c) $y''-25y'y=0.$

25.

a) $y''=5^x+24x^4-4x;$

b) $y''-\frac{26y'}{x}=0;$

c) $y''-26y'y=0.$

26.

a) $y''=-34\sin 2x+25x^4-4x;$

b) $y''-\frac{28y'}{x}=0;$

c) $y''-17y'y=0.$

27.

a) $y''=e^x-15x^4+8x;$

b) $y''+\frac{16y'}{x}=0;$

c) $y''-5y'y=0.$

28.

a) $y''=49\sin 7x+125x^4+6x;$

b) $y''-\frac{28y'}{x}=0;$

c) $y''-19y'y=0.$

29.

a) $y''=-28x^2+14x+4;$

b) $y''+\frac{y'}{4x}=0;$

c) $y''-3y'y=0.$

30.

a) $y''=-21\cos 7x+2x-17;$

b) $y''-\frac{y'}{3x}=0;$

c) $y''-21y'y=0.$

31.

a) $y''=18\sqrt{x}-34x+4;$

b) $y''+\frac{y'}{12x}=0;$

c) $y''-7y'y=0.$

32.

a) $y''=27\sin 9x+8x-4;$

b) $y''+\frac{y'}{5x}=0;$

c) $y''-23y'y=0.$

33.

a) $y'' = 36\cos 12x - x + 3;$

b) $y'' - \frac{y'}{6x} = 0;$

c) $y'' - 9y'y = 0.$

34.

a) $y'' = 32x^3 - 2x + 5;$

b) $y'' + \frac{y'}{7x} = 0;$

c) $y'' + 26y'y = 0.$

35.

a) $y'' = -9x^2 + e^{2+x};$

b) $y'' + \frac{y'}{8x} = 0;$

c) $y'' - 11y'y = 0.$

36.

a) $y'' = -25\sin 5x + 7 - 12x;$

b) $y'' + \frac{y'}{9x} = 0;$

c) $y'' + 24y'y = 0.$

37.

a) $y'' = -25x^4 + 36x + 6;$

b) $y'' + \frac{y'}{10x} = 0;$

c) $y'' - 13y'y = 0.$

38.

a) $y'' = 44\cos 4x - 16x^3 + 5;$

b) $y'' - \frac{11y'}{x} = 0;$

c) $y'' + 20y'y = 0.$

39.

a) $y'' = 12x^{-5} + 15e^{3x+8} - 4x;$

b) $y'' + \frac{y'}{16x} = 0;$

c) $y'' - 15y'y = 0.$

40.

a) $y'' = 8^x - 64x^7 + 5;$

b) $y'' + \frac{y'}{17x} = 0;$

c) $y'' + 22y'y = 0.$

Занятие 5.10.1. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

1. $y'' + 3y' + y = 0.$
2. $y'' + 2y' + y = 0.$
3. $y'' + 4y' + 6y = 0.$
4. $y'' + 4y' + 5y = 0.$
5. $y'' - 3y' + 2y = 0.$
6. $y'' + 3y' + 2y = 0.$
7. $y'' - 4y' + y = 0.$
8. $y'' - 4y' + 4y = 0.$
9. $y'' + 2y' + 3y = 0.$
10. $y'' + 4y' + 3y = 0.$
11. $y'' + 6y' + 9y = 0.$
12. $y'' + 2y' + 5y = 0.$
13. $y'' - 2y' + y = 0.$
14. $y'' - y' - 2y = 0.$
15. $y'' + 4y' + 4y = 0.$
16. $y'' + 3y' + 2y = 0.$
17. $y'' - 3y' + 2y = 0.$
18. $y'' - 8y' + 16y = 0.$
19. $y'' - 2y' + 4y = 0.$
20. $y'' - 2y' + 5y = 0.$
21. $y'' - y' + 9y = 0.$
22. $y'' - 6y' + 9y = 0.$

23. $y'' + y' - 2y = 0.$
24. $y'' + 8y' + 6y = 0.$
25. $y'' + 8y' + 16y = 0.$
26. $y'' + 2y' - 3y = 0.$
27. $y'' - y' - 4y = 0.$
28. $y'' - 2y' - 3y = 0.$
29. $y'' - 4y' + 5y = 0.$
30. $y'' - 6y' + y = 0.$
31. $y'' - 4y' + 3y = 0.$
32. $y'' - 3y' + y = 0.$
33. $y'' - y' + 5y = 0.$
34. $y'' + 2y' - 6y = 0$
35. $y'' - 3y' + 7y = 0.$
36. $y'' + 8y' - y = 0.$
37. $y'' + 4y' + 7y = 0.$
38. $y'' + 4y' + 6y = 0.$
39. $y'' - 3y' + y = 0.$
40. $y'' - 2y' + 2y = 0.$

Занятие 5.11.1. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти частное решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

1. $y'' - 4y = (x+1)e^{-x}, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
2. $y'' + 4y = \cos x, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
3. $y'' + 8y' + 16y = e^{4x}, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
4. $y'' + 4y = \sin 2x, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
5. $y'' + y' - 2y = 6x^2 + 1, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
6. $y'' + y' + 2{,}5y = 25\cos 2x, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
7. $y'' + 2y' - 3y = (x+7)e^{-x}, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
8. $y'' + 3y' = -8x + 4, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
9. $y'' + 36y = \sin x, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
10. $y'' - 3y' + 2y = (7x+6)e^{x}, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
11. $y'' + y = \cos 9x, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
12. $y'' + 3y' = 8x - 7, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
13. $y'' - 5y' + 6y = 13\sin 3x, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$
14. $y'' - 4y = 8 + 4x^2, \quad y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

15. $y'' - 3y' - 10y = 3\cos x, \quad y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

16. $y'' - 9y = xe^{-2x}, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

17. $y'' + 4y = 3\sin 2x, \quad y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

18. $y'' + y' - 2y = (x+2)e^{-x}, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

19. $y'' + y' + y = 3\cos 2x, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

20. $y'' - 2y' + y = 3x + 1, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

21. $y'' + y' = x\sin x, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

22. $y'' - 3y' + 2y = x^2 - 2x + 1, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

23. $y'' + y = 2e^x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

24. $y'' - 2y' + 2y = -4\sin x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

25. $y'' - 3y' + 2y = x^2 + x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

26. $y'' - 4y = e^x \cos x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

27. $y'' - 2y = xe^{-x}, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

28. $y'' - 4y = 8x^3, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

29. $y'' + 3y' = x - 2, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

30. $y'' + y = \cos x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

31. $y'' - 3y' + 2y = (x+2)e^x, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

32. $y'' + 4y = \sin x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

33. $y'' + 3y' = 9x + 1, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

34. $y'' + 2y' - 3y = (x+1)e^{-3x}, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

35. $y'' + y' + 5y = 25\cos x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

36. $y'' + y' - 2y = 2x^2 + 7, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

37. $y'' + 3y = \sin 5x, \ \ y(0) = 0, \ y'(0) = 0.$

38. $y'' + 2y' + y = e^x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

39. $y'' + y = \cos 2x, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

40. $y'' - 7y = (x+7)e^{-x}, \ \ y(0) = 0, \ \ y'(0) = 0.$

Занятие 5.12.1. Интегрирование систем дифференциальных уравнений

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти общее решение системы дифференциальных уравнений.

1. $\begin{cases} x' = 12x + 5y; \\ y' = 5x + 12y. \end{cases}$
2. $\begin{cases} x' = 4y; \\ y' = 5x + y. \end{cases}$
3. $\begin{cases} x' = x + 5y; \\ y' = 5x + 2y. \end{cases}$
4. $\begin{cases} x' = x - y; \\ y' = -x + y. \end{cases}$
5. $\begin{cases} x' = x + 3y; \\ y' = x - y. \end{cases}$
6. $\begin{cases} x' = 3x + y; \\ y' = -4x - 2y. \end{cases}$
7. $\begin{cases} x' = x + 2y; \\ y' = 3x - 4y. \end{cases}$
8. $\begin{cases} x' = 2x - 4y; \\ y' = x - 3y. \end{cases}$
9. $\begin{cases} x' = x + y; \\ y' = -2x + 4y. \end{cases}$
10. $\begin{cases} x' = x + y; \\ y' = x - y. \end{cases}$
11. $\begin{cases} x' = x - 5y; \\ y' = -2x - 2y. \end{cases}$
12. $\begin{cases} x' = x - 2y; \\ y' = -3x + 6y. \end{cases}$
13. $\begin{cases} x' = -x + 3y; \\ y' = 2x. \end{cases}$
14. $\begin{cases} x' = 4x + 5y; \\ y' = x. \end{cases}$
15. $\begin{cases} x' = -3x + 2y; \\ y' = 5x - 6y. \end{cases}$
16. $\begin{cases} x' = 4x - y; \\ y' = -2x + 5y. \end{cases}$
17. $\begin{cases} x' = x + 2y; \\ y' = 3x - y. \end{cases}$
18. $\begin{cases} x' = x - 2y; \\ y' = x - 6y. \end{cases}$
19. $\begin{cases} x' = 2x + 6y; \\ y' = 3x - y. \end{cases}$
20. $\begin{cases} x' = 4x + 5y; \\ y' = y. \end{cases}$
21. $\begin{cases} x' = 2x - y; \\ y' = 5x + y. \end{cases}$
22. $\begin{cases} x' = 5x - y; \\ y' = x + 3y. \end{cases}$
23. $\begin{cases} x' = 5x + y; \\ y' = -x - 2y. \end{cases}$
24. $\begin{cases} x' = 5x - y; \\ y' = -3x + y. \end{cases}$
25. $\begin{cases} x' = x + 4y; \\ y' = -5x + 2y. \end{cases}$
26. $\begin{cases} x' = -4y; \\ y' = x + y. \end{cases}$
27. $\begin{cases} x' = -5x + y; \\ y' = 3x - 2y. \end{cases}$
28. $\begin{cases} x' = 4x; \\ y' = 5x + 2y. \end{cases}$
29. $\begin{cases} x' = 4x - y; \\ y' = x + 5y. \end{cases}$
30. $\begin{cases} x' = x - 3y; \\ y' = 2x + 7y. \end{cases}$
31. $\begin{cases} x' = 6x - y; \\ y' = -x + 2y. \end{cases}$
32. $\begin{cases} x' = 4x + 3y; \\ y' = x - 2y. \end{cases}$
33. $\begin{cases} x' = 3x; \\ y' = -4x - 2y. \end{cases}$
34. $\begin{cases} x' = 2y; \\ y' = 3x - 4y. \end{cases}$
35. $\begin{cases} x' = 2x - 4y; \\ y' = -3y. \end{cases}$
36. $\begin{cases} x' = x + y; \\ y' = 4y. \end{cases}$
37. $\begin{cases} x' = 7x + y; \\ y' = x - 7y. \end{cases}$
38. $\begin{cases} x' = 7x - 3y; \\ y' = -2x - 7y. \end{cases}$
39. $\begin{cases} x' = x - 10y; \\ y' = -x + y. \end{cases}$

40. $\begin{cases} x' = 7x; \\ y' = x - 7y. \end{cases}$

Занятие 5.13.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Дифференциальные уравнения»

Задание для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

Примерный вариант контрольной работы

1. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' - 4y = e^{2x}$ при заданных начальных условиях $y(0) = 2$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + xy = e^{x^2} y^2$.
3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - y' - 20y = (1 + x)e^{5x}$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 25y = \cos 5x$.

Занятие 5.15.1. Подготовка к зачету

Задание для всех: подготовить ответы на теоретические вопросы (устно), решить типовые задания (задачи) по темам (письменно).

ТЕМА 4. Функция двух переменных

Теоретические вопросы

1. Определение функции двух переменных; понятие частных производных функции двух переменных, правило вычисления частных производных.
2. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
3. Понятие экстремума функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума функции двух переменных. Алгоритм исследования функции двух переменных на экстремум.

Примерные практические задания (задачи)

1. Найти частные производные от функции:

a) $z = \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$; *b)* $e^z + z = 2xy^4 - x^2 + 2$;

c) $z = xy + x^2 + y^2$, $x = \cos t$, $y = \sin t$.

2. Найдите частные производные до второго порядка функции $z = 2x^2 - y^3x + 2x - 3y - 2$. Запишите дифференциал первого и второго порядка.
3. Исследовать на экстремум функции $z = f(x; y)$:

   a) $z = x^2 + y^2 - 8x + 6y$; *b*) $z = x^3 + y^3 - 9xy$.
4. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = f(x; y)$ в точке $M(x_0; y_0; z_0)$:

   a) $z = 1 + x^2 + y^2$, $M(1;1;3)$; *b*) $z = arctg\,\frac{y}{x}$, $M\left(1;1;\frac{\pi}{4}\right)$.
5. Проверить, удовлетворяет ли функция $z = \sqrt{xy + \frac{y}{x}}$ данному уравнению $z \cdot \left(x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}\right) = xy$.

ТЕМА 5. Дифференциальные уравнения

Теоретические вопросы

1. Определение дифференциального уравнения, его порядка; понятие решения дифференциального уравнения (общего и частного).
2. Определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Алгоритм нахождения общего решения.
3. Определение однородного дифференциального уравнения первого порядка. Алгоритм нахождения общего решения.
4. Определение линейного дифференциального уравнения первого порядка. Алгоритм нахождения общего решения.
5. Определение уравнения Я. Бернулли. Алгоритм нахождения общего решения.
6. Типы дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка. Нахождение общего решения.
7. Понятие и интегрирование линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
8. Понятие линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго с постоянными коэффициентами.
9. Интегрирование систем дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

Примерные практические задания (задачи)

1. Найти общее решение дифференциальных уравнений:

a) $y' - y = e^x$; *b)* $\left(x^2 - 2y^2\right)dx + 2xy\,dy = 0$;

c) $y' - \frac{1}{x}y = -y^2$; *d)* $y'' + 3y' = 9x$;

e) $y'' + 4y = \sin 2x$; *f)* $y'' - 3y' = e^x\left(\sin x + \cos x\right)$.

2. Найти частное решение дифференциальных уравнений:

a) $xy' + y = -x$, $y(1) = \frac{1}{2}$; *b)* $y'' - 3y' = 2x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 4$.

3. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений первого порядка:

a) $\begin{cases} x' = -x + 5y; \\ y' = x + 3y. \end{cases}$ *b)* $\begin{cases} x' = -4x - 6y; \\ y' = -4x - 2y. \end{cases}$

4. Найти частное решение системы дифференциальных уравнений первого порядка:

a) $\begin{cases} x' = 5x + 3y; \\ y' = -3x - y. \end{cases}$ При $x(0) = 2$, $y(0) = 1$.

b) $\begin{cases} x' = y; \\ y' = -x. \end{cases}$ При $x(0) = 3$, $y(0) = 2$.

§ 6. Ряды

Занятие 6.2.1. Интегральный признак Коши

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Интегральный признак Коши».

Литература: [5], глава XIII, § 60, п. 60.4.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Исследовать числовой ряд на сходимость, используя интегральный признак Коши.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(n+1\right)\sqrt[3]{\left(\ln\left(n+1\right)\right)^4}}$.

2. $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ln n\left(\ln\left(\ln n\right)\right)}$.

3. . $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{\ln\left(n+1\right)}}{n+1}$.

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(n+6\right)\sqrt[3]{\left(\ln\left(n+6\right)\right)^5}}$.

5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{\ln(n+2)}}{n+2}$.

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\sqrt[3]{(\ln(n+2))^4}}$.

8. . $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$.

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\ln(n+1)}}{n+1}$.

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+4)\sqrt[3]{(\ln(n+4))^4}}$.

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)(\ln(\ln(n+1)))}$.

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\sqrt[4]{(\ln(n+5))^3}}$.

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+8)\sqrt[3]{(\ln(n+8))^4}}$.

14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+7)\sqrt[5]{(\ln(n+7))^3}}$.

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\sqrt[3]{(\ln(n+3))^5}}$.

16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln(n+3)(\ln(\ln(n+3)))}$.

17. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$.

18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\sqrt{\ln(2n+1)}}$.

19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)\sqrt{(\ln(3n+1))^3}}$.

20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{\ln(n+4)}}{n+4}$.

21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$.

22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(7n+1)\sqrt{\ln(7n+1)}}$.

23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^4(n+1)}$.

24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\sqrt[3]{\ln(2n+3)}}$.

25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln^3(n+1)}$.

26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+9)\sqrt[3]{(\ln(n+9))^4}}$.

27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{\ln(n+2)}}{n+2}$.

28. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln 2n (\ln(\ln 2n))}$.

29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\ln^4(n+5)}$.

30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+16)\sqrt[3]{(\ln(n+16))^5}}$.

31. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[4]{\ln\left(n+12\right)}}{n+12}$.

32. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(n+22\right)\sqrt[3]{\left(\ln\left(n+22\right)\right)^4}}$.

33. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(n+41\right)\ln^2\left(n+41\right)}$.

34. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{\ln\left(n+17\right)}}{n+17}$.

35. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(n+24\right)\sqrt[3]{\left(\ln\left(n+24\right)\right)^4}}$.

36. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(n+7\right)\ln\left(n+7\right)\left(\ln\left(\ln\left(n+7\right)\right)\right)}$.

37. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(n+15\right)\sqrt[4]{\left(\ln\left(n+15\right)\right)^3}}$.

38. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(n+18\right)\sqrt[3]{\left(\ln\left(n+18\right)\right)^4}}$.

39. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(n+13\right)\sqrt[3]{\left(\ln\left(n+13\right)\right)^5}}$.

40. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(n+37\right)\sqrt[5]{\left(\ln\left(n+37\right)\right)^3}}$.

Занятие 6.3.1. Абсолютная и условная сходимости знакопеременного ряда

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Исследовать знакочередующийся числовой ряд на условную или абсолютную сходимость (или установить расходимость ряда).

1. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot(1+n^2)}{1+n-n^3}$.

2. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot 2^{n+1}}{n!}$.

3. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot(n^3+2n+1)}{1+n^4}$.

4. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}\cdot(2+n)}{2+n+3n^2}$.

5. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+3}\cdot(4+n+n^2)}{2+n^2+n^3}$.

6. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-3}\cdot(4n^3+n^2+n)}{1+n^2+n^6}$.

7. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+2}\cdot(n^4+2n^2+5)}{n+1+n^7}$.

8. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-2}\cdot(n^4+4n^5+n)}{1+n^2+n^6}$.

9. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}\cdot(1+3n)}{2+3n^3+n^2}$.

10. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+3}\cdot(n^4+2n^5+5)}{n^6+n+n^5+2}$.

11. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}\cdot\sqrt{n^4+2n+5}}{1+n^2+5n^6}$.

12. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+4}\cdot(1+n^2)}{2n^3+3+n+n^2}$.

13. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot 5^{n+1}}{(n+2)!}$.

14. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{1-n}\cdot\sqrt{n^6+2n^4+1}}{1+n^4+2n^9}$.

15. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{1-n}\cdot(1+3n+n^2)}{1+n+2n^5}$.

16. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot 2^{n+1}}{n^{n+1}}$.

17. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{2n+1}\cdot\frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$.

18. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot\sqrt{n^6+2n^4+5}}{1+n^2+5n^6}$.

19. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot\sqrt[3]{1+n^2}}{1+2n+n^3}$.

20. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot\sqrt[4]{1+n^2}}{5+2n^8+n^3}$.

21. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot 3^{n+2}}{(n+1)^{2n+1}}$.

22. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot(n+3)!}{5^{n+1}}$.

23. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot\left(n^2+\sqrt[4]{1+n^2}\right)}{n^8+2n^4+8}$.

24. $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n+2}\cdot\frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$.

25. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot 5^{n+1}}{(n+2)^{n+1}}$.

26. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+2}\cdot(2+n^2)}{1+n+3n^3}$.

27. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot(n^3+4n+1)}{3+n^4}$.

28. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot 3^{n+4}}{n!}$.

29. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+2}\cdot(2+n+5n^2)}{6+n^2+n^3}$.

30. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}\cdot(5+n)}{5+n+6n^2}$.

31. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+2}\cdot(n^4+2n^2+3)}{n+8+n^8}$.

32. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-3}\cdot(6n^3+n^2+7n)}{8+n^2+n^6}$.

33. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}\cdot(1+6n)}{8+6n^3+n^2}$.

34. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-2}\cdot(n^4+7n^5+n)}{7+n^2+n^6}$.

35. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n-1}\cdot\sqrt{n^4+5n+9}}{1+5n^2+n^6}$.

36. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+3}\cdot(n^4+4n^5+5)}{n^6+n^5+2}$.

37. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot 7^{n+3}}{(n+3)!}$.

38. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+4}\cdot(1+n^2)}{n^3+3+n}$.

39. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{1-n}\cdot(1+n+2n^2)}{1+3n+n^5}$.

40. $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{1-n}\cdot\sqrt{2n^6+n^4}}{8+n^4+2n^9}$.

Занятие 6.4.1. Нахождение области и радиуса сходимости степенного ряда

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Найти центр, область и радиус сходимости степенного ряда.

1. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x-4)^n}{2+n^3}$.

2. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(10+2x)^n}{n^2+1}$.

3. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x+5)^n}{n+3}$.

4. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(10+5x)^n}{n+1}$.

5. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3x-6)^n}{(n+1)^3}$.

6. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(8-4x)^n}{n+2}$.

7. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3x-6)^n}{(n+4)^3}$.

8. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x-7)^n}{(n+1)^2}$.

9. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(16-4x)^n}{n+2}$.

10. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x+4)^n}{(2n+1)^3}$.
11. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3-6x)^n}{5n+1}$.
12. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x-5)^n}{3n+4}$.
13. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(10-5x)^n}{n+1}$.
14. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3x+6)^n}{5+n^3}$.
15. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(8+4x)^n}{n+2}$.
16. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3x+6)^n}{2n^3+1}$.
17. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x+7)^n}{(3n+1)^2}$.
18. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(16+4x)^n}{n+2}$.
19. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3+6x)^n}{4n+1}$.
20. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(10-2x)^n}{n^2+1}$.
21. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)^2\cdot(2x+4)^n}{4^n}$.
22. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2(4x-4)^n}{5^n}$.
23. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2(2x+8)^n}{3^n}$.
24. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4^n(2x-12)^n}{n+3}$.
25. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+3)(x-6)^n}{6^n}$.
26. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(6-2x)^n}{2+n^3}$.
27. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(10-2x)^n}{n^2+4}$.
28. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(14-7x)^n}{n+4}$.
29. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(4x-16)^n}{(n+2)^3}$.
30. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(18-6x)^n}{n+5}$.
31. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(4x-16)^n}{(n+6)^3}$.
32. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x-20)^n}{(n+2)^2}$.
33. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(16-8x)^n}{n+7}$.
34. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x+8)^n}{(5n+1)^3}$.
35. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(18-2x)^n}{3n+4}$.
36. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(2x-8)^n}{5n+7}$.
37. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(10-2x)^n}{4n+9}$.
38. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3x+6)^n}{2+n^4}$.
39. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(12-4x)^n}{n+5}$.
40. $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(3x-6)^n}{4n^3+7}$.

Занятие 6.5.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Ряды»

Задание для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

Примерный вариант контрольной работы

1. Исследовать числовые ряды на сходимость, указать используемый признак и сделать вывод.

   a) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sqrt{n}+2}{4n^2+n}$; b) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n!}{n+2}$; c) $\sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{4n+3}{n+4}\right)^n$;

   d) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$; e) $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{4+n^3}$.

2. Найти центр, интервал и радиус сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(2-4x)^n}{(n+5)^n}$.

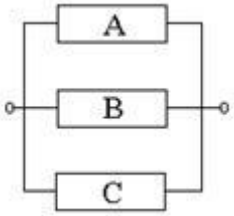
§ 7. Основы теории вероятностей и математической статистики

Занятие 7.3.1. Вычисление вероятности сложного события

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

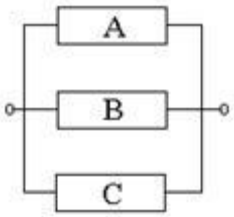
Решить задачу.

1. В урне содержатся 3 синих, 5 красных и 2 белых шара. Из нее наудачу извлекаются сразу два шара. Найти вероятность того, что будут вынуты либо два белых шара, либо два разных цветных (синий и красный) шара.
2. Дана электрическая цепь:



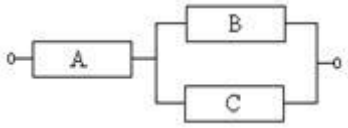
Вероятность работы элемента A равна 0,8, элемента B – 0,7, элемента C – 0,9. Найти вероятность разрыва цепи.

3. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий таковы: p_1=0,8, p_2=0,7, p_3=0,9. Найти вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех орудий.
4. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 5 цифр. Какова вероятность, что в нем все цифры разные?
5. Два стрелка делают одновременно по одному выстрелу по мишени. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,7. Какова вероятность поражения цели?
6. Техническое устройство, состоящее из двух узлов, работало в течение некоторого времени t. За это время первый узел оказывается исправным с вероятностью 0,85 и второй – с вероятностью 0,65. Наладчик, вызванный для осмотра устройства, обнаруживает и устраняет неисправность каждого узла, если она имеется, с вероятностью 0,9, а с вероятностью 0,1 объявляет узел исправным. Найти вероятность того, что после осмотра наладчиком хотя бы один узел устройства будет неисправным.
7. В урне содержатся 3 синих, 4 красных и 3 белых шара. Из нее наудачу извлекаются сразу два шара. Найти вероятность того, что будут вынуты либо два белых шара, либо два разных цветных (синий и красный) шара.
8. Дана электрическая цепь:



Вероятность выхода из строя элемента A равна 0,1, элемента B – 0,2, элемента C – 0,3. Найти вероятность разрыва цепи.

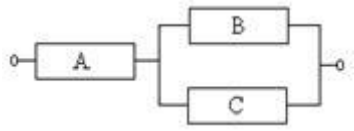
9. Предположим, что для одной торпеды попасть в цель равна 0,7. Какова вероятность того, что три торпеды потопят корабль, если для потопления корабля достаточно одного попадания в цель?
10. Собрание, на котором присутствуют 20 человек, в том числе 8 курсантов, выбирают делегацию из 5 человек. Найти вероятность того, что в делегацию войдут 3 курсанта, считая, что каждый из присутствующих может быть избран с одинаковой вероятностью?
11. Зенитная батарея, состоящая из 3 орудий, производит залп по группе, состоящей из 4 самолётов. Каждое из орудий выбирает себе цель наудачу независимо от остальных. Найти вероятность того, что все орудия выстрелят по разным самолётам.
12. Дана электрическая цепь:



Вероятность выхода из строя элемента A равна 0,1, элемента B – 0,1, элемента C – 0,2. Найти вероятность разрыва цепи.

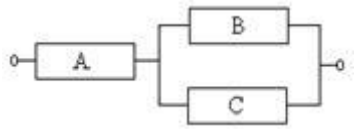
13. Техническое устройство, состоящее из двух узлов, работало в течение некоторого времени t. За это время первый узел оказывается исправным с вероятностью 0,7 и второй – с вероятностью 0,8. Наладчик, вызванный для осмотра устройства, обнаруживает и устраняет неисправность каждого узла, если она имеется, с вероятностью 0,9, а с вероятностью 0,1 объявляет узел исправным. Найти вероятность того, что после осмотра наладчиком хотя бы один узел устройства будет неисправным.
14. Зенитная батарея, состоящая из 3 орудий, производит залп по группе, состоящей из 4 самолётов. Каждое из орудий выбирает себе цель наудачу независимо от остальных. Найти вероятность того, что все орудия выстрелят по одному и тому же самолёту.
15. 10 вариантов контрольной работы распределены среди 6 курсантов. Найти вероятность того, что варианты с номерами 1, 2 и 3 не будут использованы.
16. Вероятности попадания в цель при стрельбе из двух орудий таковы: p_1=0,9, p_2=0,6. Найти вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех орудий.

17. В первой урне находятся 5 белых и 3 черных шара, во второй – 4 белых и 6 черных шаров. Из каждой урны случайным образом вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара будут разного цвета.
18. В коробке девять одинаковых радиоламп, три из которых были в употреблении. В течение рабочего дня мастеру для ремонта пришлось взять две радиолампы. Какова вероятность того, что обе радиолампы были в употреблении?
19. Происходит воздушный бой между двумя самолетами: истребителем и бомбардировщиком. Стрельбу начинает истребитель: он дает по бомбардировщику один выстрел и сбивает его с вероятностью 0,8. Если бомбардировщик этим выстрелом не сбит, он стреляет по истребителю и сбивает его с вероятностью 0,9. Если истребитель не сбит, он еще раз стреляет по бомбардировщику и сбивает его с вероятностью 0,95. Найти вероятность того, что будет сбит хотя бы один самолет.
20. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 6 цифр. Какова вероятность, что в нем все цифры разные?
21. Вероятность того, что покупатель, собирающийся приобрести компьютер и пакет прикладных программ, приобретет только компьютер, равна 0,15. Вероятность того, что покупатель купит только пакет программ, равна 0,1. Вероятность того, что будут куплены и компьютер и пакет программ, равна 0,05. Чему равна вероятность того, что будут куплены или компьютер, или пакет программ, или компьютер и пакет программ вместе?
22. Техническое устройство, состоящее из двух узлов, работало в течение некоторого времени t. За это время первый узел оказывается исправным с вероятностью 0,6 и второй – с вероятностью 0,9. Наладчик, вызванный для осмотра устройства, обнаруживает и устраняет неисправность каждого узла, если она имеется, с вероятностью 0,8, а с вероятностью 0,2 объявляет узел исправным. Найти вероятность того, что после осмотра наладчиком хотя бы один узел устройства будет неисправным.
23. 20 вариантов контрольной работы распределены среди 15 курсантов. Найти вероятность того, что варианты с номерами 4, 7 и 20 не будут использованы.
24. Дана электрическая цепь:



Вероятность выхода из строя элемента A равна 0,2, элемента B – 0,3, элемента C – 0,1. Найти вероятность разрыва цепи.

25. Отдел маркетинга фирмы проводит опрос для выяснения мнений потребителей по определенному типу продуктов. Известно, что в местности, где проводятся исследования, 20% населения являются потребителями интересующего фирму продукта и могут дать ему квалифицированную оценку. Компания случайным образом отбирает 15 человек из всего населения. Чему равна вероятность того, что, по крайней мере, один человек из них может квалифицированно оценить продукт?
26. В первой урне находятся 4 белых и 2 черных шара, во второй – 5 белых и 4 черных шаров. Из каждой урны случайным образом вынули по одному шару. Найти вероятность того, что оба шара будут разного цвета.
27. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 8 цифр. Какова вероятность, что в нем все цифры разные?
28. Дана электрическая цепь:



Вероятность выхода из строя элемента A равна 0,3, элемента B – 0,2, элемента C – 0,1. Найти вероятность разрыва цепи.
29. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий таковы: p_1=0,6, p_2=0,8, p_3=0,7. Найти вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех орудий.
30. Собрание, на котором присутствуют 20 человек, в том числе 7 курсантов, выбирают делегацию из 6 человек. Найти вероятность того, что в делегацию войдут 3 курсанта, считая, что каждый из присутствующих может быть избран с одинаковой вероятностью?
31. В большом универмаге установлен скрытый "электронный глаз" для подсчета числа входящих покупателей. Когда два покупателя входят в магазин вместе и один идет перед другим, то первый из них будет учтен электронным устройством с вероятностью 0,98, второй – с вероятностью 0,94, а оба – с вероятностью 0,93. Чему равна вероятность того, что устройство сканирует по крайне мере одного из двух входящих вместе покупателей.
32. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий таковы: p_1=0,4, p_2=0,9, p_3=0,8. Найти вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех орудий.
33. В урне содержатся 5 синих, 3 красных и 4 белых шара. Из нее наудачу извлекаются сразу два шара. Найти вероятность того, что будут вынуты либо два белых шара, либо два разных цветных (синий и красный) шара.

34. Консультационная фирма получила приглашение для выполнения двух видов работ от двух международных корпораций. Руководство фирмы оценивает вероятность получения заказа от фирмы *A* (событие *A*) равной 0,45. Также, по мнению руководителей фирмы, в случае, если фирма заключит договор с компанией *A*, то с вероятностью в 90% компания *B* даст фирме консультационную работу. С какой вероятностью компания получит оба заказа?
35. Предположим, что для одной торпеды попасть в цель равна 0,65. Какова вероятность того, что три торпеды потопят корабль, если для потопления корабля достаточно одного попадания в цель?
36. 12 вариантов контрольной работы распределены среди 6 курсантов. Найти вероятность того, что варианты с номерами 3, 6 и 12 не будут использованы.
37. Для проверки собранной схемы последовательно послано три одиночных импульса. Вероятности прохождения каждого из них не зависят от того, прошли остальные или нет, и соответственно равны 0,95, 0,75 и 0,6. Определить вероятность того, что пройдут ровно два посланных импульса.
38. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий таковы: p_1=0,4, p_2=0,8, p_3=0,9. Найти вероятность хотя бы одного попадания при одном залпе из всех орудий.
39. Наудачу взятый телефонный номер состоит из 10 цифр. Какова вероятность, что в нем все цифры разные?
40. Для проведения тестирования группу студентов, состоящую из 30 человек, случайным образом разбивают на две подгруппы из 22 и 8 человек. Какова вероятность, что две подружки, Валя и Катя, окажутся в одной подгруппе?

Занятие 7.4.1. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Решить задачу.

1. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут не менее четырех элементов.
2. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,9. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет не менее 8 и не более 9.

3. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров не более одного потребует ремонта.
4. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут более четырех элементов.
5. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,8. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет более 7 и не более 9.
6. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что будут работать не менее четырех элементов.
7. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,7. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет не менее 7 и менее 9.
8. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,1. Найти вероятность того, что откажут более трех элементов.
9. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут менее двух элементов.
10. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,6. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет более 5 и не более 7.
11. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,3. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров не более двух потребует ремонта.
12. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,9. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет не менее 3 и не более 4.
13. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,5. Найти вероятность того, что откажут не менее четырех элементов.
14. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,95. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет не менее 8 и не более 9.

15. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,01. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров не более одного потребует ремонта.
16. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,3. Найти вероятность того, что откажут более четырех элементов.
17. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,8. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет более 2 и не более 4.
18. Устройство, состоящее из шести независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что будут работать не менее четырех элементов.
19. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,6. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет не менее 2 и менее 4.
20. Устройство, состоящее из семи независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,1. Найти вероятность того, что откажут более трех элементов и менее шести.
21. Устройство, состоящее из шести независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,3. Найти вероятность того, что откажут менее двух элементов.
22. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,7. Найти вероятность того, что из 8 выстрелов число удачных будет более 5 и не более 7.
23. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,1. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 8 телевизоров не более двух потребует ремонта.
24. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,75. Найти вероятность того, что из 12 выстрелов число удачных будет не менее 3 и не более 4.
25. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут не менее четырех элементов.
26. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,7. Найти вероятность того, что из 12 выстрелов число удачных будет не менее 8 и не более 9.

27. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 10 телевизоров не более одного потребует ремонта.
28. Устройство, состоящее из десяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,1. Найти вероятность того, что откажут более четырех элементов.
29. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,8. Найти вероятность того, что из 20 выстрелов число удачных будет более 7 и не более 9.
30. Устройство, состоящее из восьми независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,4. Найти вероятность того, что будут работать не менее четырех элементов.
31. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,9. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет не менее 4 и менее 6.
32. Устройство, состоящее из четырех независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что откажут более трех элементов.
33. Устройство, состоящее из четырех независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,3. Найти вероятность того, что откажут менее двух элементов.
34. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,05. Найти вероятность того, что откажут не менее четырех элементов.
35. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,75. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет не менее 8 и не более 9.
36. Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,01. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров не более одного потребует ремонта.
37. Устройство, состоящее из пяти независимо работающих элементов, включается за время *t*. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,02. Найти вероятность того, что откажут более четырех элементов.

38. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,9. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет более 6 и не более 8.
39. Устройство, состоящее из шести независимо работающих элементов, включается за время t. Вероятность отказа каждого из них за это время равна 0,2. Найти вероятность того, что будут работать не менее четырех элементов.
40. При каждом отдельном выстреле из орудия вероятность поражения цели равна 0,7. Найти вероятность того, что из 10 выстрелов число удачных будет не менее 6 и менее 8.

Занятие 7.5.1. Показательное распределение. Распределение Пуассона. Предельные теоремы

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Показательное распределение. Распределение Пуассона. Предельные теоремы».

Литература: [6], глава II, § 2.7.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Решить задачи.

1. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,01. Какова вероятность того, что число попаданий при $n \cdot 100$ выстрелах составит не менее 8 и не более 10?
2. Случайная величина X – время работы элемента имеет показательное распределение. Найти вероятность того, что элемент поработает не менее $n \cdot 100$ часов, если среднее время работы элемента $n \cdot 50$ часов.

Занятие 7.6.1. Числовые характеристики непрерывных случайных величин

Задание для всех: законспектировать теоретический материал «Числовые характеристики непрерывных случайных величин».

Литература: [6], глава II, § 2.5.

Задание для всех: решить задачи.

Литература: [6], глава II, стр. 83, № 2, № 5.

Индивидуальные задания: номер варианта соответствует порядковому номеру в учебном журнале.

Составьте: вариационный ряд, статистический ряд частот и относительных частот. *Постройте* полигон частот. *Найдите для статистического ряда*: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, выборочную среднюю, выборочную дисперсию, среднее выборочное квадратичное отклонение, моду, медиану, размах.

1. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 20, 76, 25, 27, 30, 56, 30, 25, 30, 25, 30, 25, 76, 80, 25, 30, 27, 30, 55.
2. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 10, 77, 25, 27, 30, 58, 30, 25, 30, 25, 30, 25, 77, 80, 25, 30, 27, 30, 55.
3. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 20, 76, 25, 27, 40, 58, 40, 25, 40, 25, 40, 25, 76, 80, 25, 40, 27, 40, 55.
4. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 21, 76, 25, 27, 50, 56, 50, 25, 50, 25, 50, 25, 76, 81, 25, 50, 27, 50, 55.
5. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 20, 70, 20, 40, 50, 65, 50, 35, 50, 35, 60, 35, 70, 80, 35, 50, 40, 50, 60.
6. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 40, 70, 20, 40, 50, 65, 50, 20, 50, 20, 50, 20, 70, 80, 20, 50, 40, 50, 60.
7. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 40, 70, 30, 40, 50, 65, 50, 30, 50, 30, 50, 30, 70, 80, 30, 50, 40, 50, 60.
8. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 70, 40, 70, 30, 40, 50, 70, 50, 30, 50, 30, 50, 30, 70, 80, 30, 50, 40, 50, 70.
9. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 80, 40, 80, 20, 40, 50, 80, 50, 20, 50, 20, 50, 20, 80, 80, 30, 50, 40, 80, 80.
10. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 40, 80, 30, 40, 50, 60, 50, 20, 50, 20, 50, 20, 80, 80, 30, 60, 40, 80, 80.
11. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 40, 80, 70, 30, 50, 60, 50, 20, 50, 20, 50, 20, 80, 80, 70, 60, 40, 80, 80.
12. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 30, 80, 70, 20, 50, 60, 50, 10, 50, 10, 60, 10, 80, 80, 70, 60, 40, 80, 80.
13. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 30, 80, 70, 20, 45, 60, 45, 20, 45, 10, 60, 10, 80, 80, 70, 60, 40, 80, 80.
14. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 65, 25, 80, 70, 20, 45, 65, 45, 20, 45, 10, 65, 10, 80, 80, 70, 65, 30, 80, 80.
15. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 65, 25, 80, 75, 20, 55, 65, 55, 20, 55, 10, 65, 10, 80, 80, 75, 65, 30, 80, 80.
16. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 20, 25, 60, 80, 25, 20, 75, 80, 25, 80, 20, 65, 25, 60, 60, 80, 20, 40, 80, 50.
17. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 20, 32, 50, 60, 32, 20, 50, 75, 32, 80, 20, 80, 32, 50, 50, 80, 20, 50, 70, 40.
18. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 10, 76, 25, 27, 30, 56, 30, 25, 30, 25, 30, 25, 76, 85, 25, 30, 27, 30, 55.
19. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 30, 25, 30, 25, 60, 30, 55, 30, 25, 30, 25, 30, 25, 65, 70, 25, 30, 80, 30, 55.
20. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 20, 40, 22, 25, 40, 60, 40, 22, 40, 22, 40, 22, 75, 80, 22, 40, 25, 75, 55.
21. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 30, 76, 35, 40, 50, 56, 50, 35, 50, 35, 50, 35, 76, 80, 35, 50, 40, 50, 55.

22. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 25, 70, 25, 40, 50, 65, 50, 35, 50, 35, 60, 35, 70, 80, 35, 50, 40, 50, 60.
23. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 40, 70, 20, 40, 46, 65, 46, 20, 46, 20, 46, 20, 70, 80, 20, 46, 40, 46, 60.
24. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 40, 70, 30, 40, 55, 65, 55, 30, 55, 30, 55, 30, 70, 80, 30, 55, 40, 55, 60.
25. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 78, 40, 70, 30, 40, 50, 70, 50, 30, 50, 30, 50, 30, 70, 80, 30, 50, 40, 50, 70.
26. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 80, 40, 80, 20, 40, 60, 80, 60, 20, 60, 20, 60, 20, 80, 80, 30, 60, 40, 80, 80.
27. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 35, 80, 30, 35, 50, 60, 50, 20, 50, 20, 50, 20, 80, 80, 30, 60, 35, 80, 80.
28. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 40, 80, 65, 25, 50, 60, 50, 20, 50, 20, 50, 20, 80, 80, 65, 60, 40, 80, 80.
29. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 56, 30, 80, 70, 20, 50, 56, 50, 10, 50, 10, 56, 10, 80, 80, 70, 56, 40, 80, 80.
30. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 60, 28, 80, 70, 20, 45, 60, 45, 20, 45, 10, 60, 10, 80, 80, 70, 60, 35, 80, 80.
31. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 65, 25, 80, 70, 18, 55, 65, 55, 18, 55, 10, 65, 10, 80, 80, 70, 65, 30, 80, 80.
32. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 25, 80, 75, 20, 40, 55, 40, 20, 40, 10, 55, 10, 80, 80, 75, 55, 30, 80, 80.
33. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 20, 25, 60, 80, 25, 20, 75, 80, 25, 80, 20, 65, 25, 60, 60, 80, 20, 42, 80, 56.
34. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 65, 20, 76, 25, 27, 30, 65, 30, 25, 30, 25, 30, 25, 65, 80, 25, 30, 27, 30, 65.
35. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 75, 10, 77, 75, 27, 30, 58, 30, 75, 30, 25, 30, 25, 77, 80, 25, 30, 27, 30, 75.
36. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 20, 55, 25, 27, 40, 58, 40, 25, 40, 25, 40, 25, 55, 80, 25, 40, 55, 40, 55.
37. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 55, 31, 76, 31, 31, 50, 56, 50, 25, 50, 25, 50, 25, 76, 81, 25, 50, 27, 50, 55.
38. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 80, 20, 70, 20, 40, 50, 65, 50, 35, 50, 35, 80, 35, 70, 80, 35, 50, 40, 50, 80.
39. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 70, 40, 70, 70, 40, 50, 65, 50, 20, 50, 20, 50, 20, 70, 80, 20, 50, 40, 50, 70.
40. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 40, 40, 70, 40, 40, 50, 65, 50, 40, 50, 30, 50, 40, 70, 80, 40, 50, 40, 50, 40.

Занятие 7.7.1. Подготовка к контрольной работе по теме «Основы теории вероятностей и математической статистики»

Задание для всех: выполнить примерный вариант контрольной работы.

Примерный вариант контрольной работы

1. Два стрелка независимо друг от друга стреляют в цель. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, а для второго 0,8.
   a) найти вероятность попадания в цель только одним стрелком;
   b) найти вероятность попадания в цель вторым стрелком;
   c) найти вероятность попадания в цель хотя бы одним стрелком.
2. У сборщика 12 деталей, из них 6 первого сорта, по две второго, третьего и четвертого сортов. Какова вероятность того, что среди шести взятых одновременно деталей три окажутся первого сорта, две второго сорта и одна третьего сорта?
3. В пункте 3.1. вычислить вероятность наступления события A ровно k раз в серии из n независимых испытаний, если p вероятность наступления этого события в одном испытании; в пункте 3.2. при тех же условиях найти вероятность $P_m(k_1;k_2)$ наступления события не менее k_1 раз и не более k_2 раз.
   3.1. p=0,5, k=3, n=5;
   3.2. p=0,2, $k_1 = 2$, $k_2 = 4$, n=5.
4. Три завода выпускают приборы одного наименования. Первый завод выпускает 55 % всех приборов, поступающих на производство, второй – 25 % и третий – 20 %. Вероятность безотказной работы в течение времени t (надежность) прибора, изготовленного на первом заводе равна 0,8, на втором – 0,85, на третьем – 0,9. Какова надежность наудачу взятого прибора, поступившего на производство с третьего завода?
5. Производятся последовательные независимые испытания трех приборов на надежность. Каждый следующий прибор испытывается лишь в том случае, если предыдущий оказался надежным. Вероятность выдержать испытание для каждого прибора равна 0,7. Составить закон распределения числа испытанных приборов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, построить многоугольник распределения.
6. По функции распределения $F(X)=\begin{cases}0, & x \le 4,\\ 0,3, & 4 < x \le 6,\\ 0,7, & 6 < x \le 8,\\ 1, & x > 8.\end{cases}$ составить закон распределения случайной величины X. Найти $P(2 \le x \le 6)$.

7. В результате испытания случайная величина X приняла следующие значения:

2	4	9	7	6
7	9	7	6	5
4	2	7	4	6
4	6	5	9	6
6	5	9	6	2

Составить вариационный ряд, таблицу статистического распределения, построить гистограмму частот, найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию, исправленное среднее квадратическое отклонение, размах вариации, моду и медиану.

Занятие 7.9.1. Подготовка к экзамену

Задание для всех: подготовить ответы на теоретические вопросы (устно), решить типовые задания (задачи) по темам (письменно).

ТЕМА 6. Ряды

Теоретические вопросы

1. Определение числового ряда, частичной суммы ряда, суммы ряда. Свойства рядов.
2. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточное условие расходимости ряда.
3. Определение обобщенного гармонического ряда. Сходимость обобщенного гармонического ряда.
4. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: I признак сравнения, II (предельный) признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.
5. Определение знакочередующегося ряда. Признак Лейбница для исследования на сходимость знакочередующихся рядов.
6. Понятие знакопеременного ряда. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов. Определение абсолютно сходящегося ряда, условно сходящегося ряда.
7. Определение степенного ряда. Определение точки сходимости, области сходимости степенного ряда.

Примерные практические задания (задачи)

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2+n)^2}{(3n+2)!};\qquad b)\ \sum_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{n+1}{2n}\right)^n;\qquad c)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+18)\sqrt[5]{\left(\ln(n+18)\right)^6}};$

d) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n\cdot\left(31+n^2\right)}{2n^3+32}$; *e*) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{18^n}{\left(3n+18\right)!}$.

2. Найти область и радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-2)^3\left(2x+8\right)^{2n}}{2n+3}$.
3. Найти область и радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(-5x+15\right)^{2n}}{n\cdot 9^n}$.
4. Найти область и радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(8-2x\right)^{1+n}\left(n+2\right)^n}{\left(n+9\right)^n}$.

ТЕМА 7. Основы теории вероятностей и математической статистики

Теоретические вопросы

1. Определение испытания, события, случайного события. Виды событий.
2. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Статистическое определение вероятности.
3. Формулы комбинаторики.
4. Операции над событиями. Вероятность суммы и произведения событий.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Понятие независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
7. Определение случайной величины. Виды случайных величин: дискретные и непрерывные.
8. Понятие закона распределения случайной величины.
9. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
10. Определение генеральной и выборочной совокупности.
11. Ряды распределения. Понятие полигона и гистограммы.
12. Статистическое распределение выборки. Числовые характеристики статистического распределения.

Примерные практические задания (задачи)

1. Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность, что сумма выпавших очков не меньше девяти.

2. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, а вторым – 0,85. Оба стрелка стреляют одновременно. Найти вероятность того, что цель будет поражена.

3. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,95, а вторым – 0,80. Оба стрелка стреляют одновременно. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком.

4. В электрическую цепь параллельно включены три независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,05; 0,1; 0,2. Найти вероятность того, что в цепи не будет тока.

5. На сборку поступают детали с трех автоматов, производительность которых относится как 5:3:2. Первый автомат в среднем дает 1 % брака, второй – 2 %, третий – 1,5 %. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется стандартной?

6. В первой урне 3 черных и 7 белых шаров. Во второй урне 4 белых шара и 6 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар, который оказался черным. Какова вероятность того, что этот шар вынули из второй урны?

7. Банк выдал пять кредитов. Вероятность того, что кредит не будет погашен в срок, равна 0,1. Найти вероятность того, что в срок не будут погашены 3 кредита.

8. Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей:

X	1	4	6
p	0,25	0,20	0,55

Записать функцию распределения вероятностей для этой случайной величины.

9. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	– 1	2	3
p	0,2	0,5	0,3

Найти моду дискретной случайной величины.

10. Дискретная случайная величина принимает значения: 1; 2; 1; 2; 1; 3; 5. Найти медиану дискретной случайной величины.

11. Дискретная случайная величина принимает значения: 3; 3; 1; 2; 1; 3. Найти медиану дискретной случайной величины.

12. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	– 2	4	7
p	0,1	0,5	0,4

Найти математическое ожидание этой величины.

13. Дискретная случайная величина Xзадана законом распределения вероятностей:

X	1	3
p	0,2	0,8

Найти среднее квадратическое отклонение этой величины.

14. Из генеральной совокупности извлечена выборка объемом $n=50$. Найти несмещенную оценку математического ожидания.

x_i	11	12	14	15
n_i	4	19	20	7

15. Проведено пять измерений без систематических ошибок некоторой случайной величины (*мм*): 2,1; 2,3; x_3; 2,7; 2,9. Найти x_3, если несмещенная оценка математического ожидания равна 2,48.

16. По выборке объемом $n=10$ найдена выборочная дисперсия $D_в=3,6$. Найти исправленное среднее квадратическое отклонение.

17. Измерение площадей выгорания местности представлено выборкой: 20, 25, 60, 80, 25, 20, 75, 80, 25, 80, 20, 65, 25, 60, 60, 80, 20, 42, 80, 56.

Составьте: вариационный ряд, статистический ряд частот и относительных частот, накопительных частот, интервальный ряд. *Постройте* полигон частот и кумуляту для статистического ряда. *Найдите для статистического ряда*: математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, выборочную среднюю, выборочную дисперсию, среднее выборочное квадратичное отклонение, моду, медиану, размах.

Найдите для интервального ряда: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, среднее выборочное квадратичное отклонение. *Постройте* гистограмму для интервального ряда.

Глава IV. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

§ 1. Перечень тем контрольных работ

Контрольная работа № 1 «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии».

Контрольная работа № 2 «Основы математического анализа».

Контрольная работа № 3 «Комплексные числа».

Контрольная работа № 4 «Функция двух переменных».

Контрольная работа № 5 «Дифференциальные уравнения».

Контрольная работа № 6 «Ряды».

Контрольная работа № 7 «Основы теории вероятностей и математической статистики».

§ 2. Перечень тем, вынесенных на занятия контроля самостоятельной работы

Контроль самостоятельной работы № 1 по темам: «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии», **«**Основы математического анализа», «Комплексные числа».

Контроль самостоятельной работы № 2 по темам: «Функция двух переменных», **«**Дифференциальные уравнения».

Контроль самостоятельной работы № 3 по темам: «Ряды», «Основы теории вероятностей и математической статистики».

Глава V. Рекомендации для обучающихся

Обучаемые должны обязательно посещать лекции и практические занятия. Лекции являются основным теоретическим руководством при изучении дисциплины. На лекционных занятиях подробно, аргументированно и методологически строго рассматриваются основные вопросы тем дисциплины, даются различные подходы к исследуемым проблемам. Подготовка к практическим занятиям включает проработку материалов лекций, рекомендованной учебной литературы, выполнение практических задач и упражнений.

Важным направлением самостоятельной деятельности обучающихся является работа с учебной литературой. Весь курс высшей математики разбит на семь тем. В каждой теме выделены основные блоки вопросов.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

1. Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения, помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины.
2. Ознакомление с терминами, понятиями с помощью учебной литературой, справочников с выписыванием толкований в тетрадь.
3. Определение вопросов, терминов, материала, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на практическом занятии.
4. Просмотр рекомендуемой литературы.
5. Выполнение заданий для самостоятельной работы.
6. Аккуратное и своевременное ведение рабочей тетради на практических занятиях.
7. При подготовке к зачетам и экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций, решения типовых задач, рекомендуемую литературу.
8. При проведении занятий по дисциплине в условиях чрезвычайной ситуации необходимо выполнять требования «Положения об использовании электронного обучения и дистанционных образовательных технологий при реализации основных и дополнительных профессиональных образовательных программ в ФГОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России»».

Литература

1. Баранова, Е. С. Практическое пособие по высшей математике. Типовые расчеты [Текст] : учеб. пособие / Е. С. Баранова, Н. В. Васильева, В. П. Федотов. – 2-е изд. – СПб. : Питер, 2013. – 400 с.
2. Журбенко, Л. Н. Математика в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие / Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова, Н. В. Никонова, С. Н. Нуриева, О. М. Дегтярева. – М. : ИНФРА-М, 2011. – 372 с.
3. Лунгу, К. Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс [Текст] : учеб. пособие / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 9-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2011. – 576 с.
4. Лунгу, К. Н. Сборник задач по высшей математике. 2 курс [Текст] : учеб. пособие / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 7-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2011. – 592 с.
5. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс [Текст] : учеб. пособие / Д. Т. Письменный. – 11-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2013. – 608 с.
6. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам [Текст] : учеб. пособие / Д. Т. Письменный. – 3-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2008. – 288 с.
7. Худякова С. А. Высшая математика [Текст] : методические рекомендации по дисциплине. Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность. Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность / сост. С. А. Худякова, А. В. Шпаньков, Л. В. Якупова. – Екатеринбург : ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2019. – 80 с. 2020. – 23 с.
8. Худякова С. А. Высшая математика [Текст]: методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся. Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность. Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность / сост. С. А. Худякова, А. В. Шпаньков, Л. В. Якупова. – Екатеринбург : ФГБОУ ВО «Уральский институт ГПС МЧС России», 2020. – 87 с.
9. Худякова С. А. Высшая математика [Текст] : методические рекомендации по подготовке к экзаменам и зачетам. Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность. Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность / сост. С. А. Худякова, А. В. Шпаньков, Л. В. Якупова. – Екатеринбург : ФГБОУ ВО Уральский институт ГПС МЧС России, 2020. – 103 с.

Светлана Александровна Худякова
Лидия Вячеславовна Якупова
Андрей Владимирович Шпаньков

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

Методические рекомендации по организации
самостоятельной работы обучающихся

Специальность 20.05.01 Пожарная безопасность
Направление подготовки 20.03.01 Техносферная безопасность

Редактор
Подписано в печать
Тираж экз.
Объем учет.-изд. л. Бумага писчая
Редакционно-издательский отдел
Уральского института ГПС МЧС России
Екатеринбург, ул. Мира, 22